

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Невинномысский технологический институт (филиал)

---

Кафедра информационных систем, электропривода и автоматики

# **ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

методические указания к практическим занятиям по дисциплине  
для студентов направления подготовки  
15.04.04 — Автоматизация технологических процессов и  
производств

Невинномысск 2024

Методические указания составлены в соответствии с требованиями ФГО ВО по направлению подготовки 15.04.04 — Автоматизация технологических процессов и производств.

Методические указания знакомят студентов с математическим аппаратом формализации процессов в сложных системах, с основами оценки сложных систем, моделями основных функций управления. Они позволяют закрепить изучаемые теоретические вопросы постановки задач системного анализа, построения моделей систем и оценок их параметров.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Практическое занятие №1. Распределение ресурсов и управление запасами .....	6
Практическое занятие №2. Анализ риска и безопасности использования новых технологий.....	22
Практическое занятие №3. Проверка адекватности моделей сложных систем.....	31
Практическое занятие №4. Агрегирование.....	37
Практическое занятие №5. Методы экспертных оценок.....	43
Практическое занятие №6. Оценивание сложных систем в условиях определенности .....	54
Практическое занятие №7. Оценивание сложных систем на основе теории полезности.....	70
Практическое занятие №8. Оценивание сложных систем в условиях неопределенности .....	77

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Общая теория динамических систем» ставит своей целью формирование следующих компетенций будущего бакалавра по направлению подготовки 15.04.04 — Автоматизация технологических процессов и производств.

Код	Формулировка
ПК-1	Способен участвовать в работах по расчету и проектированию средств и систем автоматизации с использованием современных информационных технологий, методов и средств проектирования

Главными задачами дисциплины являются: приобретение и совершенствование навыков системного подхода к решению прикладных задач, формирование взгляда на объекты реального мира как на сложные многокомпонентные системы, допускающие пошаговую декомпозицию и последовательное усложнение методов анализа.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- знать общие принципы системного подхода к анализу систем; основные понятия и закономерности системного анализа; основные способы описания сложных многокомпонентных систем;
- уметь составлять математические модели систем; формулировать и решать с помощью ЭВМ типовые задачи математического моделирования;
- владеть методикой использования философских знаний в профессиональной деятельности; навыками системного подхода к решению прикладных задач; навыками формализованного и неформализованного описания систем.

Методические указания предназначены для проведения практических занятий по дисциплине «Общая теория динамических систем» с учетом требований ФГОС ВО для направления подготовки 15.04.04 — Автоматизация технологических процессов и произ-

водств. Они способствуют лучшему усвоению студентами основ теории систем и основ оценки сложных систем; обеспечивают приобретение практических навыков использования математических методов исследования сложных систем, методов системного анализа, построения моделей основных функций управления.

Практические занятия позволяют закрепить теоретические знания о постановке задач системного анализа, построении моделей систем и оценке их параметров.

К практическим занятиям студент должен подготовиться самостоятельно: изучить соответствующие разделы курса и выполнить предварительные расчеты.

Проверка подготовленности студента к очередному практическому занятию осуществляется преподавателем в индивидуальной беседе. Если студент не знает содержания предстоящему практическому занятию, то он может быть не допущен к его проведению.

# Практическое занятие №1. Распределение ресурсов и управление запасами

**Цель занятия:** изучение правил постановки типовых задач системного анализа — задач распределения ресурсов и управления запасами.

**Актуальность темы занятия:** умение правильно формализовать задачу — обязательный этап системного анализа, с которого должна начинаться процедура создания системы управления с заданными характеристиками.

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### 1.1. Задача распределения ресурсов

Всякую задачу распределения можно сформулировать как оптимизационную, при решении которой требуется:

- а) либо максимизировать экономический результат при заданных ресурсах;
- б) либо минимизировать используемые ресурсы при фиксированном экономическом результате.

Общая математическая модель задачи распределения ресурсов с числом переменных  $n$  и ограничений  $m$  имеет следующий вид

$$f(x_1, x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min), \quad (1.1)$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i, \quad i = 1 \dots m \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1 \dots n \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $c_j$  — коэффициенты целевой функции,  $a_{ij}$  — норма расхода  $i$ -го ресурса для выпуска единицы  $j$ -й продукции,  $b_i$  — объем имеющегося  $i$ -го ресурса,  $x_j$  — неизвестная переменная, определяющая величину (объем) выпуска  $j$ -й продукции.

В модели (1.1) — (1.2) неизвестные переменные выступают в первой степени, характеризуя линейную зависимость. Поэтому эту модель называют задачей линейного программирования. Для решения задач линейного программирования разработан специальный метод, называемый симплекс-методом.

Процесс построения математической модели оптимизационных задач распределения ресурсов должен ответить на следующие вопросы:

- Для определения каких величин строят модель?
- Какие ограничения следует наложить на структуру множества допустимых решений?
- Для достижения какой цели выбираются значения допустимых переменных, соответствующие оптимальному решению задач?

Рассмотрим конкретный пример и на его основе сделаем обобщающие выводы о принципах построения модели и методике ее исследования.

### ***Пример***

*Фирма изготавливает два вида изделий: F и H. Продукция обоих видов поступает в оптовую продажу. Для производства продукции используются два типа сырья — A и B. Максимально возможные суточные запасы (ресурсы) этих продуктов составляют 6 и 8 т соответственно. Расходы A и B на одну тонну соответствующей продукции приведены в таблице 1.*

Таблица 1

Вид сырья	Расход сырья на тонну продукции		Ресурс сырья, тонны
	Изделие Н, т	Изделие F, т	
A	1	2	6
B	2	1	8

*Из анализа рынка сбыта стало известно следующее:*

- *суточный спрос на изделие F не превышает спроса на изделие Н более чем на одну тонну;*
- *спрос на изделие Н никогда не превышает две тонны в сутки.*
- *оптовые цены одной тонны продукции равны: 3 тыс. руб. для изделия Н, 2 тыс. руб. для изделия F.*

*Какое количество изделий каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?*

*Математическая формулировка задачи сводится к определению объемов производства каждого из видов продукции, максимизирующих доход от реализации при ограничениях на спрос и расход сырья.*

*Построение модели начинается с идентификации переменных с последующим формированием цели и ограничений в виде математических функций.*

*Задача нахождения оптимальных объемов производства формализуется с помощью следующих переменных и функций.*

*Неизвестные переменные:  $x_1$  — суточный объем производства изделий Н,  $x_2$  — суточный объем производства изделий F.*

*Целевая функция определяет общий доход от реализации изделий  $x_1$  и  $x_2$*

$$f(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2.$$

*Ограничения на расход сырья*



$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8. \end{cases}$$

*Ограничения на спрос продукции*

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_2 \leq 2. \end{cases}$$

*Кроме того, объемы производства продукции  $x_1$  и  $x_2$  не могут принимать отрицательные значения*

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

*Необходимо определить объемы производства  $x_1$  и  $x_2$ , при которых достигается максимальное значение целевой функции*

$$f(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

*при ограничениях*

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

*Данная модель — это задача линейного программирования с двумя неизвестными переменными и четырьмя ограничениями общего вида.*

## 1.2. Задача управления запасами

Задача управления запасами возникает, когда необходимо создать запас материальных ресурсов или предметов потребления с целью удовлетворения спроса на заданном интервале времени. Для обеспечения непрерывного и эффективного функционирования организации необходимы запасы. В задаче управления запасами требуется определить количество заказываемой продукции и сроки размещения заказов.

Спрос можно удовлетворить:

- путем однократного создания запаса на весь рассматриваемый период времени;
- посредством создания запаса для каждой единицы времени этого периода.

Эти два случая соответствуют *избыточному* запасу (по отношению к единице времени) и *недостаточному* запасу (по отношению к полному периоду времени).

При *избыточном* запасе требуются более высокие удельные (отнесенные к единице времени) капитальные вложения, но дефицит возникает реже и частота размещения заказов меньше.

При *недостаточном* запасе удельные капитальные вложения снижаются, но частота размещения заказов и риск дефицита возрастают.

Для этих случаев характерны значительные экономические потери. Таким образом, решения относительно размера заказа и момента его размещения могут основываться на минимизации соответствующей функции общих затрат, включающих затраты, обусловленные потерями от избыточного запаса и дефицита.

Модель управления запасами должна дать ответ на два вопроса:

1. Какое количество продукции заказывать?
2. Когда заказывать?

Ответ на первый вопрос выражается через размер заказа, определяющего оптимальное количество ресурсов, которое необходимо

поставлять всякий раз, когда происходит размещение заказа. В зависимости от рассматриваемой ситуации размер заказа может меняться во времени.

Ответ на второй вопрос зависит от типа системы управления запасами. Если система предусматривает периодический контроль состояния запаса через равные промежутки времени (еженедельно или ежемесячно), момент поступления нового заказа обычно совпадает с началом каждого интервала времени. Если же в системе предусмотрен непрерывный контроль состояния запаса, точка заказа определяется *уровнем запаса*, при котором необходимо размещать новый заказ.

Таким образом, решение обобщенной задачи управления запасами определяется следующим образом:

1. *В случае периодического контроля состояния запаса* следует обеспечивать поставку нового количества ресурсов в объеме размера заказа через равные промежутки времени.

2. *В случае непрерывного контроля состояния запаса* необходимо размещать новый заказ в размере объема запаса, когда его уровень достигает *точки заказа*.

Размер и точка заказа обычно определяются из условий минимизации суммарных затрат системы управления запасами, которые можно выразить в виде функции этих двух переменных.

Суммарные затраты системы управления запасами выражаются в виде функции их основных компонент

$$\begin{array}{l} \text{Суммарные} \\ \text{затраты} \\ \text{системы} \\ \text{управления} \\ \text{запасами} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Затра-} \\ \text{ты на} \\ \text{приоб-} \\ \text{ретение} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Затраты} \\ \text{на} \\ \text{оформле-} \\ \text{ние заказа} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Затра-} \\ \text{ты на} \\ \text{хранение} \\ \text{заказа} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Потери} \\ \text{от де-} \\ \text{фицита} \end{array}$$

Затраты на приобретение становятся важным фактором, когда цена единицы продукции зависит от размера заказа, что обычно

выражается в виде *оптовых скидок*, когда цена единицы продукции убывает с возрастанием размера заказа.

Затраты на оформление заказа представляют постоянные расходы, связанные с его размещением. При удовлетворении спроса в течение заданного периода времени путем размещения более мелких заказов (более часто) затраты возрастают по сравнению со случаем, когда спрос удовлетворяется посредством размещения более крупных заказов (и, следовательно, реже).

Затраты на хранение запаса представляют расходы на содержание запаса на складе (затраты на переработку, амортизационные расходы, эксплуатационные расходы) и обычно возрастают с увеличением уровня запаса.

Потери от дефицита представляют собой расходы, обусловленные отсутствием запаса необходимой продукции.

Оптимальный уровень запаса соответствует минимуму суммарных затрат.

Модель управления запасами не обязательно включает все четыре вида затрат, так как некоторые из них могут быть незначительными, а учет всех видов затрат усложняет функцию суммарных затрат.

Разнообразие моделей этого класса определяется характером спроса, который может быть детерминированным (достоверно известным) или вероятностным (задаваемым плотностью вероятности).

*Детерминированный* спрос может быть статическим, в том смысле, что интенсивность потребления остается неизменной во времени, или динамическим, когда спрос известен достоверно, но изменяется от времени.

*Вероятностный* спрос может быть стационарным, когда функция плотности вероятности спроса неизменна во времени, и нестационарным, когда функция плотности вероятности спроса изменяется во времени.

В реальных условиях характер спроса может быть описан посредством вероятностных нестационарных распределений.

Хотя характер спроса является одним из основных факторов при построении модели управления запасами, имеются другие факторы, влияющие на выбор типа модели.

1. *Запаздывания поставок или сроки выполнения заказов.* После размещения заказа он может быть поставлен немедленно или потребуются некоторое время на его выполнение. Интервал времени между моментом размещения заказа и его поставкой называется запаздыванием поставки или сроком выполнения заказа. Эта величина может быть детерминированной или случайной.

2. *Пополнение запаса.* Хотя система управления запасами может функционировать при запаздывании поставок, процесс пополнения запаса осуществляется мгновенно или равномерно во времени. Мгновенное пополнение запаса может происходить при условии, когда заказы поступают от внешнего источника. Равномерное пополнение будет тогда, когда запасаемая продукция производится самой организацией. В общем случае система функционирует при положительном запаздывании поставки и равномерном пополнении запаса.

3. *Период времени* определяет интервал, в течение которого осуществляется регулирование уровня запаса. В зависимости от отрезка времени, на котором можно надежно прогнозировать, рассматриваемый период принимается конечным или бесконечным.

4. *Число пунктов накопления запасов.* В систему управления запасами входит несколько пунктов хранения запаса. В некоторых случаях эти пункты организованы таким образом, что один выступает в качестве поставщика для другого. Эта схема иногда реализуется на различных уровнях, так что пункт-потребитель одного уровня может стать пунктом-поставщиком на другом уровне. В таком случае говорят о системе управления запасами с разветвленной структурой.

5. *Число видов продукции.* В системе управления запасами может фигурировать более одного вида продукции. Этот фактор учитывается при условии наличия некоторой зависимости между различными видами продукции. Так, для различных изделий используется одно и то же складское помещение или же их производство осуществляется при ограничениях на общие производственные фонды.

Чрезвычайно трудно построить обобщенную модель управления запасами, которая учитывала бы все разновидности условий, наблюдаемых в реальных системах. Рассмотрим модели, соответствующие некоторым системам управления запасами.

### **Детерминированные модели**

#### *Однопродуктовая статическая модель*

Модель управления запасами простейшего типа характеризуется постоянным во времени спросом, мгновенным пополнением запаса и отсутствием дефицита. Такую модель можно применять в следующих ситуациях:

1. Использование осветительных ламп в здании.
2. Использование канцелярских товаров (бумага, блокноты, карандаши) крупной фирмы.
3. Использование некоторых промышленных изделий, таких как гайки и болты.
4. Потребление основных продуктов питания (например, хлеба и молока).

На рис. 1 показано изменение уровня запаса во времени.



Рисунок 1 — Зависимость изменения уровня запаса от времени

Предполагается, что интенсивность спроса (в единицу времени) равна  $\beta$ . Наивысшего уровня запас достигает в момент поставки заказа размером  $y$  (предполагается, что запаздывание поставки является заданной константой). Уровень запаса достигает нуля спустя  $y/\beta$  единиц времени после получения заказа размером  $y$ . С одной стороны, чем меньше размер заказа  $y$ , тем чаще нужно размещать заказы. Однако при этом средний уровень запаса будет уменьшаться. С другой стороны, с увеличением размера заказов уровень запаса повышается, но заказы размещаются реже. Такая ситуация представлена на рис. 2.



Рисунок 2 — Различные частоты размещения заказов

Так как затраты зависят от частоты размещения заказа и объема хранимого запаса, то величина  $y$  выбирается из условия обеспечения сбалансированности между двумя видами затрат. Это лежит в основе построения соответствующей модели управления запасами.

Пусть  $K$  — затраты на оформление заказа, имеющие место всякий раз при его размещении,  $h$  — затраты на хранение единицы заказа в единицу времени. Следовательно, суммарные затраты в единицу времени можно представить в виде

$$C(y) = \frac{K}{y/\beta} + h \frac{y}{2}$$

Затраты на оформление заказа,  
ед. времени

Затраты на хранение запаса,  
ед. времени

Продолжительность цикла движения заказа составляет  $t_0 = y/\beta$ ; средний уровень запаса равен  $y/2$ .

Оптимальное значение  $y$  получается в результате минимизации  $C(y)$  по  $y$ . Таким образом, в предположении, что  $y$  — непрерывная переменная, имеем

$$\frac{dC(y)}{dy} = -\frac{K\beta}{y^2} + \frac{h}{2} = 0, \quad (1.3)$$

откуда оптимальное выражение заказа определяется выражением

$$y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}}. \quad (1.4)$$

Можно доказать, что  $y^*$  составляет минимум  $C(y)$ , показав, что вторая производная в точке  $y^*$  строго положительна.

Выражение (1.4) называют формулой экономичного размера заказа Уилсона.

Оптимальная стратегия модели предусматривает заказ  $y^*$  единиц продукции через каждые  $t_0 = y^*/\beta$  единиц времени.



Оптимальные затраты  $C(y^*) = \sqrt{2K\beta h}$  получены путем непосредственной подстановки.

Для реальных ситуаций существует (положительный) срок выполнения заказа (временное запаздывание)  $L$  от момента размещения заказа до его действительной поставки. Стратегия размещения заказов в приведенной модели должна определять точку возобновления заказа.

На рис. 3 показан случай, когда точка возобновления заказа должна опережать на  $L$  единиц времени ожидаемую поставку. В практических целях эту информацию можно преобразовать, определив точку возобновления заказа через уровень запаса, соответствующий моменту возобновлению.

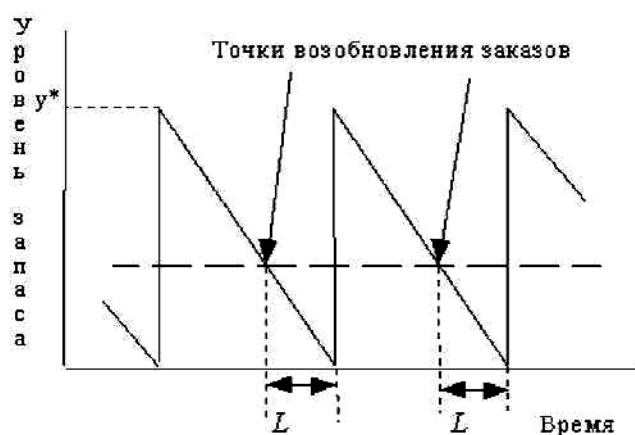


Рисунок 3 — Точка возобновления заказа опережает ожидаемую поставку

На практике это реализуется путем непрерывного контроля уровня запаса до момента достижения очередной точки возобновления заказа. По этой причине такую модель называют моделью непрерывного контроля состояния заказа. Следует заметить, что срок выполнения заказа  $L$  можно принять меньше продолжительности цикла  $t_0$ .

### **Пример**

Ежедневный спрос на товар  $b$  составляет 100 ед. Затраты на размещение каждого запаса  $K$  постоянны и равны 100 ден. ед. Ежедневные затраты на хранение единицы запаса  $h$  составляют 0,02 ден. ед. Определить экономичный размер партии и точку заказа при сроке выполнения заказа, равном 12 дням.

Из формулы Уилсона получаем

$$y^* = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 100}{0,02}} = 1000 \text{ ед.}$$

Оптимальная продолжительность цикла составляет

$$t_0^* = y^* / \beta = 1000 / 100 = 10 \text{ дн.}$$

Так как срок выполнения заказа равен 12 дням и продолжительность цикла составляет 10 дней, возобновление заказа происходит, когда уровень запаса достаточен для удовлетворения спроса на  $12 - 10 = 2$  дн. Таким образом, заказ размером  $y^* = 1000$  ед., когда уровень запаса достигает  $2 \times 100 = 200$  ед.

Можно считать, что эффективный срок выполнения заказа равен  $L - t_0^*$  при  $L > t_0^*$  и равен  $L$  в противном случае (здесь  $L$  — заданный срок выполнения заказа).

Для рассматриваемого примера определить точку заказа в следующих случаях: а) срок выполнения заказа  $L = 15$  дн. (ответ 500 ед.); б) срок выполнения заказа  $L = 23$  дн. (ответ 300 ед.); в) срок выполнения заказа  $L = 8$  дн. (ответ 800 ед.); г) срок выполнения заказа  $L = 10$  дн. (ответ 0 ед.).

## 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

**Задача 1.** Существуют две фирмы по изготовлению пластиковых окон. Фирма  $A$  может за месяц изготовить 1000 кв. м стекла  $X$  с трехкамерным профилем и 600 кв. м стекла  $Y$  с пятикамерным профилем. Фирма  $B$  за тот же период времени изготовит 700 кв. м стекла  $X$  и 1500 кв. м стекла  $Y$ . Продажная стоимость профиля  $X$  составляет 300 руб. за кв. м, стоимость профиля  $Y$  составляет 500 руб. за кв. м. Стекла  $X$  и  $Y$  изготавливаются из одного и того же сырья. Для изготовления 1 кв. м стекла  $X$  требуется 5 кв. м сырья, для стекла  $Y$  — 8 кв. м сырья. Количество сырья у фирмы  $A$  равно 5000 кв. м, у фирмы  $B$  — 8000 кв. м. Определить максимальное значение прибыли фирм  $A$  и  $B$  при условии постоянного устойчивого спроса на пластиковые окна.

**Задача 2.** Требуется определить план (рациональную программу) выпуска четырех видов продукции  $P_1, P_2, P_3$  и  $P_4$  для изготовления которых необходимы ресурсы трех типов

Тип ресурса	Вид продукции				Располагаемый ресурс $b_i$
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	
1	1,5	3,0	4,5	6,0	60
2	9,0	7,5	6,0	4,5	165
3	6,0	9,0	12,0	18,0	150
Граница выпуска, нижняя / верхняя	1/8	0/—	2/—	3/3	—
Прибыль, ден. ед. за ед. продукции	100	110	120	130	—
Программа, кол-во ед. продукции	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	—

Задаются конкретные значения  $a_{ij}$  и  $b_i$  (см. таблицу) с учетом программы выпуска продукции  $x_j$  и возможной прибыли от реализации продукции (в денежных единицах). Таким образом, для того чтобы выпустить единицу продукции  $P_2$  требуется 3,0 единицы

первого типа ресурса, 7,5 — второго и 9,0 — третьего. Искомая рациональная программа в количестве единиц продукции (штук) обозначается  $x_1, x_2, x_3$  и  $x_4$  соответственно.

### Задачи 3-13.

Тип ресурса	Вид продукции		Располагаемый ресурс $b_i$	Граница ( $min/max$ ) $P_1$ $P_2$	Прибыль $P_1$ $P_2$
	$P_1$	$P_2$			
<b>Задача 3</b>					
1	1,5	6,0	21,0	1 / — 0 / —	4,5 8,2
2	4,5	6,0	27,0		
3	9,0	3,0	40,5		
<b>Задача 4</b>					
1	12,0	13,0	90,0	1 / — 0 / —	6,0 4,6
2	1,2	3,0	18,0		
3	6,0	2,5	30,0		
<b>Задача 5</b>					
1	2,0	6,0	37,0	0 / 0,7 0 / 2,3	23,5 14,0
2	8,0	4,0	40,0		
3	30,0	26,0	180,0		
<b>Задача 6</b>					
1	38,0	55,0	450,0	0 / —	7,0
2	9,0	20,0	140,0	1 / 3,4	16,0
3	16,5	13,5	180,0		
<b>Задача 7</b>					
1	39,0	12,0	240,0	1 / — 0 / —	5,5 6,5
2	27,0	26,0	210,0		
3	6,0	20,0	120,0		
<b>Задача 8</b>					
1	30,0	50,0	375,0	1,3 / — 0 / —	16,2 8,8
2	21,0	15,0	120,0		
3	2,0	0,5	10,0		
<b>Задача 9</b>					
1	15,0	5,0	50,0	0 / — 0,8 / —	11,2 4,9
2	2,0	4,5	17,5		
3	32,0	35,0	160,0		

<b>Задача 10</b>						
1	3,5	3,0	18,5	0 / —	4,2	
2	8,0	20,0	90,0		0 / —	3,8
3	24,0	10,0	100,0			
<b>Задача 11</b>						
1	4,0	21,4	94,0	0,7 / 3,4	6,6	
2	5,5	9,6	48,0	0 / —	4,3	
3	3,6	2,2	24,0			
<b>Задача 12</b>						
1	12,5	25,0	137,0	0 / —	9,3	
2	3,5	4,7	35,0	0 / 4	4,6	
3	3,0	9,0	45,0			

### **3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. В чем смысл задачи управления запасами?
2. Какими методами решается задача управления запасами?
3. В чем заключается задача распределения ресурсов?
4. Какие существуют методы решения задачи распределения ресурсов?
5. Какие бывают модели управления запасами?
6. Как классифицировать описание спроса?

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. — Электрон. текст. дан. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/52188>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Теория информационных процессов и систем : Учебник / Под ред. Б.Я. Советова. — М. : Академия, 2011.
3. Смоленцев В.П. Управление системами и процессами : Учебник. — М. : Академия, 2010.

## **Практическое занятие №2. Анализ риска и безопасности использования новых технологий**

**Цель занятия:** изучение правил постановки типовой задачи системного анализа — задачи анализа риска и безопасности использования новых технологий.

**Актуальность темы занятия:** умение правильно формализовать задачу — обязательный этап системного анализа, с которого должна начинаться процедура создания системы управления с заданными характеристиками.

### **1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

Анализ информационных рисков позволяет эффективно управлять информационной безопасностью предприятия. Для этого в начале работ по анализу рисков необходимо определить, что именно подлежит защите на предприятии, воздействию каких угроз это подвержено, и выработать рекомендации по практике защиты. Анализ рисков производится исходя из непосредственных целей и задач по защите конкретного вида информации конфиденциального характера. Одна из важнейших задач в рамках защиты информации — обеспечение ее целостности и доступности. Часто забывается, что нарушение целостности может произойти не только вследствие преднамеренных действий, но и по ряду других причин: сбоев оборудования, ведущих к потере или искажению информации; физических воздействий, в том числе в результате стихийных бедствий; ошибок в программном обеспечении (в том числе недокументированных возможностей). Поэтому под термином «атака» будем понимать не только человеческие воздействия на информационные ресурсы, но и воздействия окружающей среды, в которой функционирует система обработки информации предприятия.

Анализ риска можно проводить по сценарию, изображенному на рисунке 1 (каждый из шести этапов анализа риска должен быть конкретизирован).



Рисунок 1 — Этапы анализа риска

На *первом и втором этапах* определяются сведения, составляющие для предприятия коммерческую тайну, которые предстоит защищать.

Такие сведения хранятся в определенных местах и на конкретных носителях, передаются по каналам связи и обрабатываются в соответствии с определенным регламентом. При этом определяющим фактором в технологии обращения с информацией является архитектура корпоративных информационных систем (КИС), которая во многом определяет защищенность информационных ресурсов предприятия.

В связи с этим необходимо еще раз подчеркнуть, что степень информационной безопасности определяется не только (а может быть и не столько) средствами и способами защиты, но и особенностями построения КИС. И когда говорят о КИС в защищенном исполнении, речь идет, прежде всего, о выборе такой архитектуры (топологии) системы обработки информации, такого расположения средств обработки конфиденциальной информации, выбора способов ее хранения и передачи, которые существенно уменьшат число возможных точек доступа к информации.

*Третий этап* анализа риска — построение схем каналов доступа, утечки или воздействия на информационные ресурсы основных узлов КИС. Каждый канал доступа характеризуется множеством точек, с которых можно “снять” информацию. Именно они и представляют уязвимости и требуют применения средств недопущения нежелательных воздействий на информацию.

Анализ способов защиты всех возможных точек атак соответствует целям защиты и его результатом должна быть характеристика возможных «брешей в обороне», в том числе и за счет неблагоприятного стечения обстоятельств (*4-й этап*).

На *пятом этапе*, исходя из известных на данный момент способов и средств преодоления оборонительных рубежей, определяются вероятности реализации угроз по каждой из возможных точек атак.

На *заключительном этапе* производится оценка ущерба организации в случае реализации каждой из атак, который вместе с оценками уязвимости позволяет получить ранжированный список угроз информационным ресурсам.

Результаты работы представляются в виде, удобном для их восприятия и выработки решений по коррекции существующей системы защиты информации. При этом каждый информационный ресурс может быть подвержен воздействию нескольких потенциальных угроз. Принципиальное же значение имеет суммарная вероятность доступа к информационным ресурсам, которая склады-



вается из элементарных вероятностей доступа к отдельным точкам прохождения информации.

Величина информационного риска по каждому ресурсу определяется как произведение вероятности нападения на ресурс, вероятности реализации угрозы и ущерба от информационного вторжения. В этом произведении могут использоваться различные способы взвешивания составляющих.

Объединение рисков по всем ресурсам дает общую величину риска при принятой архитектуре КИС и внедренной в нее системы защиты информации.

Варьируя варианты построения системы защиты информации и архитектуры КИС, возможно представить различные значения риска за счет изменения вероятности реализации угроз. Здесь важным шагом является выбор одного из вариантов в соответствии с выбранным критерием принятия решения. Таким критерием может быть допустимая величина риска или отношение затрат на обеспечение информационной безопасности к остаточному риску.

При построении систем обеспечения информационной безопасности также нужно определить стратегию управления рисками на предприятии.

На сегодня известно несколько подходов к управлению рисками. Один из наиболее распространенных — уменьшение риска путем использования комплексной системы контрмер, включающей программно-технические и организационные меры защиты. Близким является подход, связанный с уклонением от риска. От некоторых классов рисков можно уклониться: например, вынесение Web-сервера организации за пределы локальной сети позволяет избежать риска несанкционированного доступа в локальную сеть со стороны Web-клиентов.

В некоторых случаях допустимо принятие риска. Здесь важно определиться со следующей дилеммой: что для предприятия выгоднее — бороться с рисками или же с их последствиями. В этом случае приходится решать оптимизационную задачу.

После того как определена стратегия управления рисками, производится окончательная оценка мероприятий по обеспечению информационной безопасности с подготовкой экспертного заключения о защищенности информационных ресурсов. В экспертное заключение включают все материалы анализа рисков и рекомендации по их снижению.

### Пример оценки рисков по двум факторам

В матрице или таблице можно наглядно отразить связь факторов негативного воздействия (показателей ресурсов) и вероятностей реализации угрозы с учетом показателей уязвимостей.

На первом шаге оценивается негативное воздействие (показатель ресурса) по заранее определенной шкале, например от 1 до 5, для каждого ресурса, которому угрожает опасность (колонка *B* в табл. 1).

Таблица 1

Дескриптор угрозы	Показатель негативного воздействия (ресурса) <i>B</i>	Возможность реализации угрозы (субъективная оценка) <i>C</i>	Показатель риска	Ранг риска
Угроза <i>A</i>	5	2	10	2
Угроза <i>B</i>	2	4	8	3
Угроза <i>C</i>	3	5	15	1
Угроза <i>D</i>	1	3	3	5
Угроза <i>E</i>	4	1	4	4
Угроза <i>F</i>	2	4	8	3

На втором шаге по заранее заданной шкале, например от 1 до 5, оценивается вероятность реализации каждой угрозы.

На третьем шаге вычисляется показатель риска. В простейшем случае это делается путем умножения ( $B \times C$ ). Однако необходимо помнить, что операция умножения определена для количественных шкал. Для ранговых (качественных) шкал измерения, каковыми

являются показатель негативного воздействия и вероятность реализации угрозы, к примеру, совсем не обязательно показатель риска, соответствующий случаю  $B = 1; C = 3$ , будет эквивалентен случаю  $B = 3; C = 1$ . Соответственно должна быть разработана методика оценивания показателей рисков применительно к конкретной организации.

На четвертом шаге угрозы ранжируются по значениям их фактора риска.

В рассматриваемом примере для наименьшего негативного воздействия и наименьшей возможности реализации угрозы выбран показатель 1.

Данная процедура позволяет сравнивать и ранжировать угрозы с различными негативными воздействиями и вероятностями реализации. В определенных случаях дополнительно могут приниматься во внимание стоимостные показатели.

### **Разделение рисков на приемлемые и неприемлемые**

Другой способ оценивания рисков состоит в разделении их только на приемлемые и неприемлемые. Подход основывается на том, что количественные показатели рисков используются только для того, чтобы их упорядочить и определить, какие действия необходимы в первую очередь. Но этого можно достичь и с меньшими затратами.

Матрица, используемая в данном подходе, содержит не числа, а только символы Д (риск допустим) и Н (риск недопустим).

Вопрос о том, как провести границу между приемлемыми и неприемлемыми рисками остается на усмотрение аналитика, подготавливающего данную таблицу и руководящих специалистов в области информационной безопасности.

## 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задача 1. Разработать предложенный план проекта и подсчитать его полную стоимость и размер отвлеченных средств:

- Создать систему дистанционного обучения в вузе.
- Создать систему управленческого учета на предприятии.
- Создать систему менеджмента качества на производственном предприятии.
- Создать систему массового обслуживания (клиент-серверной архитектуры).
- Создать систему экологического менеджмента производственного предприятия.

Задача 2. Заполнить таблицу по предложенной выше методике.

### Вариант 1

Дескриптор угрозы	Показатель негативного воздействия (ресурса) <i>B</i>	Возможность реализации угрозы (субъективная оценка) <i>C</i>	Показатель риска	Ранг риска
Угроза <i>A</i>	1	8		
Угроза <i>B</i>	2	6		
Угроза <i>C</i>	9	9		
Угроза <i>D</i>	6	4		
Угроза <i>E</i>	4	1		
Угроза <i>F</i>	7	2		
Угроза <i>G</i>	3	3		
Угроза <i>H</i>	5	7		
Угроза <i>I</i>	7	5		

### Вариант 2

Дескриптор угрозы	Показатель негативного воздействия (ресурса) <i>B</i>	Возможность реализации угрозы (субъективная оценка) <i>C</i>	Показатель риска	Ранг риска
-------------------	---	--	------------------	------------

Угроза <b>A</b>	9	8		
Угроза <b>B</b>	7	3		
Угроза <b>C</b>	8	5		
Угроза <b>D</b>	6	7		
Угроза <b>E</b>	2	9		
Угроза <b>F</b>	4	2		
Угроза <b>G</b>	3	1		
Угроза <b>H</b>	5	4		
Угроза <b>I</b>	1	6		

### Вариант 3

Дескриптор угрозы	Показатель негативного воздействия (ресурса) <b>B</b>	Возможность реализации угрозы (субъективная оценка) <b>C</b>	Показатель риска	Ранг риска
Угроза <b>A</b>	7	4		
Угроза <b>B</b>	4	9		
Угроза <b>C</b>	8	6		
Угроза <b>D</b>	5	8		
Угроза <b>E</b>	6	7		
Угроза <b>F</b>	1	3		
Угроза <b>G</b>	3	1		
Угроза <b>H</b>	2	5		
Угроза <b>I</b>	9	2		

### Вариант 4

Дескриптор угрозы	Показатель негативного воздействия (ресурса) <b>B</b>	Возможность реализации угрозы (субъективная оценка) <b>C</b>	Показатель риска	Ранг риска
Угроза <b>A</b>	3	7		
Угроза <b>B</b>	2	6		
Угроза <b>C</b>	6	1		
Угроза <b>D</b>	9	8		
Угроза <b>E</b>	7	9		
Угроза <b>F</b>	5	3		
Угроза <b>G</b>	4	5		
Угроза <b>H</b>	1	2		
Угроза <b>I</b>	8	4		

## Вариант 5

Дескриптор угрозы	Показатель негативного воздействия (ресурса) <i>B</i>	Возможность реализации угрозы (субъективная оценка) <i>C</i>	Показатель риска	Ранг риска
Угроза <i>A</i>	9	1		
Угроза <i>B</i>	1	6		
Угроза <i>C</i>	8	8		
Угроза <i>D</i>	7	4		
Угроза <i>E</i>	6	9		
Угроза <i>F</i>	5	5		
Угроза <i>G</i>	2	3		
Угроза <i>H</i>	3	7		
Угроза <i>I</i>	4	2		

### 3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие существуют уровни рисков?
2. Какие существуют уровни уязвимостей?
3. Что такое табличные методы оценки рисков?
4. Какие существуют этапы анализа рисков?

### ЛИТЕРАТУРА

1. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. — Электрон. текст. дан. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/52188>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Теория информационных процессов и систем : Учебник / Под ред. Б.Я. Советова. — М. : Академия, 2011.
3. Смоленцев В.П. Управление системами и процессами : Учебник. — М. : Академия, 2010.

## **Практическое занятие №3. Проверка адекватности моделей сложных систем**

**Цель занятия:** изучение правил проверки адекватности моделей, анализа неопределенности и чувствительности.

**Актуальность темы занятия:** умение правильно оценить адекватность полученных моделей — обязательный этап системного анализа, с которого должна начинаться процедура создания системы управления с заданными характеристиками.

### **1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

Любая математическая модель не является точной, всегда существует вероятность возникновения ошибки при проведении расчетов. Могут возникнуть ошибки при округлении, использовании неточных или противоречивых данных и т. п. Для того чтобы оценить, насколько хорошо или плохо модель представляет реальный процесс, используют критерии оценки. В данном разделе рассматриваются проверки на адекватность регрессионных моделей.

**Средняя ошибка аппроксимации** (адекватность модели)

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| 100\%, \quad (1.1)$$

где  $y$  — реальные данные,  $\hat{y}$  — данные, рассчитанные по модели.

Допустимый уровень этого критерия — от 5 до 10%. Если значение критерия выше, то модель не следует применять при расчетах.

**Коэффициент эластичности**

$$\bar{\varepsilon} = \hat{y}' \frac{\bar{x}}{\bar{y}}, \quad (1.2)$$

где  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  — средние значения (для линейной модели);  $\hat{y}'$  — производная функции модели.

*Примечание.* В случае линейной модели производная равна константе при факторной переменной. Данный критерий показывает, на сколько процентов в среднем по всей совокупности измерений изменится результат  $y$  от своей средней величины при изменении фактора  $x$  на 1% от своего среднего значения, т. е. чувствительность модели.

**Среднее ожидаемое значение** представляет собой обобщенную количественную характеристику. Его рассчитывают по формуле средней арифметической взвешенной

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i n_i}{\sum_{i=1}^n n_i}, \quad (1.3)$$

где  $x_i$  — ожидаемое значение для каждого случая;  $n_i$  — число случаев наблюдения (частота).

Также необходимо определить меру колеблемости возможного результата. *Колеблемость* представляет собой степень отклонения ожидаемого значения от среднего. Для ее оценки на практике обычно применяют два близко связанных критерия — дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

**Дисперсия** есть средневзвешенное значение квадратов отклонений действительных результатов от средних ожидаемых

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum_{i=1}^n n_i}, \quad (1.4)$$

**Среднее квадратичное отклонение**  $S$  есть корень из указанной величины. Среднее квадратичное отклонение — именованная величина; указывается в тех же единицах, в каких измеряется вари-



рующий признак. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение являются мерами абсолютной колеблемости.

**Коэффициент детерминации** показывает, какая доля дисперсии результативного признака объясняется влиянием независимых переменных

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (1.5)$$

где  $y_i$  — выборочные данные, а  $f_i$  — соответствующие им значения модели.

***Пример.** Вычисление доверительного интервала с уровнем значимости 0,05*

*Выборка значений измеряемой величины  $X$  имеет нормальный закон распределения вероятностей:  $x_1 = 2,55$ ;  $x_2 = 2,32$ ;  $x_3 = 2,39$ ;  $x_4 = 2,15$ ;  $x_5 = 2,54$ ;  $x_6 = 2,44$ ;  $x_7 = 2,25$ ;  $x_8 = 2,28$ .*

*Размерность выборки:  $n = 8$ .*

*Задание уровня значимости:  $\alpha = 0,05$ .*

*Степень доверия:  $1 - \alpha = 0,95$ .*

*Вычисление среднего значения выборки измеряемой величины*

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 2,365.$$

*Оценка значения среднеквадратичного отклонения*

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0,141.$$

***Определение доверительного интервала***

*Коэффициент Стьюдента*

$$t(\alpha, n) = 2,365.$$

*Абсолютная случайная погрешность*

$$\Delta x_c = t(\alpha, n) \frac{S_x}{\sqrt{n}} = 0,118.$$

*Верхняя граница доверительного интервала*

$$x_{св} = \bar{x} + \Delta x_c.$$

*Нижняя граница доверительного интервала*

$$x_{\text{CH}} = \bar{x} - \Delta x_c.$$

***Учет приборных погрешностей***

*Приборная погрешность*

$$\Delta x_{\text{П}} = 0,1.$$

*Абсолютная погрешность*

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_c)^2 + (\Delta x_{\text{П}})^2} = 0,191.$$

*Относительная погрешность*

$$\delta x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} = 0,081.$$

*Верхняя граница доверительного интервала*

$$x_{\text{В}} = \bar{x} + \Delta x.$$

*Нижняя граница доверительного интервала*

$$x_{\text{Н}} = \bar{x} - \Delta x.$$

Для анализа результатов моделирования, как правило, используют **коэффициент вариации**. Он представляет собой отношение среднего квадратичного отклонения к среднему арифметическому значению и показывает степень отклонения полученных значений от реальных

$$v = \frac{\pm S}{\bar{x}} 100\%. \quad (1.6)$$

Коэффициент может изменяться от 0 до 100%. Чем больше коэффициент, тем сильнее колеблемость. Принята следующая качественная оценка различных значений коэффициента вариации. до 10% — слабая колеблемость, 10-25 % — умеренная, свыше 25% — высокая. Предпочтение отдается тем моделям, по которым значение коэффициента является более низким.

Несмотря на несложность выполнения математических расчетов, для использования данного метода необходимо большое количество информации и данных за длительный период времени, что является его основным недостатком.

Кроме того, описанные выше характеристики можно применять к нормальному закону распределения вероятностей. Он широко используется, так как его важнейшие свойства (симметричность распределения относительно средней, ничтожная вероятность больших отклонений случайной величины от центра ее распределения, правило трех сигм) позволяют существенно упростить анализ. Однако не всегда результаты моделирования подчиняются нормальному закону, поэтому используют дополнительные параметры, такие, например, как коэффициент асимметрии (скоса), эксцесс (вершинность) и т. д.

## 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

**Задача 1.** Некоторый процесс представлен регрессионными моделями

а)  $\hat{y} = a + b \frac{1}{x}$ ;

б)  $\hat{y} = a + bx$ ;

в)  $\hat{y} = a + x^b$ ;

г)  $\hat{y} = a + b^x$ .

Рассчитать в общем виде коэффициент эластичности для каждой модели, если известно среднее значение фактора  $x$ .

**Задача 2.** На территориях региона была собрана статистика по двум факторам: 1 — расходы на покупку продовольственных товаров, 2 — среднедневная заработная плата одного работающего.

Территория	1	2	3	4	5	6
Фактор 1	68,8	61,2	59,9	56,7	55	54,3
Фактор 2	45,1	59	57,2	61,8	58,8	47,2

Проверить, что данный процесс описывается уравнением  $\hat{y} = 76,88 - 0,35x$ . Оценить значения факторов (1) и (2) для этой модели. Можно ли данную модель использовать для прогнозирования?

**Задача 3.** Для заданного ряда определить его доверительный интервал с уровнем значимости 0,05.

Вариант	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
1	1003,4	1000,0	1000,67	1005,2	1004,2	1003,7	1001,6
2	0,432	0,5632	0,843	0,245	0,4647	0,9634	1,34
3	67	54	58	60	65	55	62
4	68,8	61,2	59,9	56,7	55	54,3	49,3
5	15,59	13,91	14,06	8,16	11,18	12,69	15,84
6	9,74	9,34	6,37	10,38	10,78	8,17	14,21
7	13,06	14,02	7,75	12,79	27,17	6,46	25,56
8	45,1	59	57,2	61,8	58,8	47,2	55,2

### 3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какими методами можно определить адекватность модели?
2. Как выполняется анализ чувствительности модели?
3. Что такое работоспособная модель?
4. Каковы критерии реалистичности модели?
5. Что такое неопределенность модели и чем она выражается?
6. Что такое коэффициент эластичности и в чем его физический смысл?

### ЛИТЕРАТУРА

1. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. — Электрон. текст. дан. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/52188>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Теория информационных процессов и систем : Учебник / Под ред. Б.Я. Советова. — М. : Академия, 2011.
3. Смоленцев В.П. Управление системами и процессами : Учебник. — М. : Академия, 2010.

## **Практическое занятие №4. Агрегирование**

**Цель занятия:** изучение основных видов агрегатов: конфигураторов, операторов, структур, случайных процессов.

**Актуальность темы занятия:** агрегирование — обязательный этап системного синтеза, которым должна заканчиваться процедура создания системы управления с заданными характеристиками.

### **1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

Агрегированием называется процесс, обратный декомпозиции, который предусматривает установление отношений на заданном множестве элементов. При агрегировании элементы объединяются в единое целое.

Важнейшее свойство агрегированных систем — **эмерджентность**, т. е. возникновение в результате объединения новых качественных свойств, которыми не обладал ни один из исходных элементов (например, автомобиль может приобрести качество самостоятельного передвижения лишь после полной сборки всех его узлов).

В зависимости от целей агрегирования возможны различные варианты решения задач агрегирования. Для системного анализа широко применимы следующие агрегаты.

#### **Агрегаты-конфигураторы**

В ряде случаев для моделирования сложных явлений требуется разностороннее агрегированное описание системы с различных точек зрения. Агрегатом-конфигуратором называется некоторая агрегатная модель, которая включает в себя минимальную совокупность качественно различных языков, достаточную для моделирования системы.

*Пример.* Конфигуратор для формирования модели прибора включает три представления:

- блок-схему;
- принципиальную схему;
- монтажную схему.

*Пример.* Конфигуратор для задания точки в  $n$ -мерном пространстве — совокупность ее координат. Важны эквивалентность разных систем координат (разных конфигураторов) и на предпочтительность ортогональных систем, дающих независимое описание на каждом «языке» конфигуратора.

*Пример.* Конфигуратор для описания поверхности любого трехмерного тела на «плоскостных» языках — совокупность трех ортогональных проекций, принятая в техническом черчении и начертательной геометрии. Важным является невозможность уменьшения числа проекций и на избыточность большего числа «точек зрения».

### **Агрегаты-операторы**

На практике достаточно часты ситуации, когда необходимость агрегации возникает по причине чрезмерной многочисленности данных, существенно затрудняющей их обзор и анализ. В таком случае применимы агрегаты-операторы. Агрегатом-оператором называется агрегат, в рамках которого из частей или элементов формируются объединения для уменьшения размерности.

Простейший способ агрегирования состоит в установлении отношения эквивалентности между агрегируемыми элементами, т. е. образования классов. С практической точки зрения одной из важнейших является проблема определения, к какому классу относится данный конкретный элемент. Агрегирование в классы — эффективная, но далеко не тривиальная процедура. Если представить

класс как результат действия агрегата-оператора, то такой оператор имеет вид

«ЕСЛИ <условия на агрегируемые признаки>, ТО <имя класса>.

*Пример. Агрегирование данных при статистическом анализе. Среди различных агрегатов, называемых в этом случае статистиками, т. е. функциями выборочных значений, особое место занимают достаточные статистики, т. е. такие агрегаты, которые извлекают всю полезную информацию об интересующем нас параметре из совокупности наблюдений. Однако при агрегировании потери информации обычно неизбежны. Важны оптимальные статистики, которые позволяют свести неизбежные в этих условиях потери к минимуму в некотором заданном смысле. Наглядный пример статистического агрегирования представляет собой факторный анализ, в котором несколько переменных сводятся в один фактор.*

### **Агрегаты-структуры**

Важнейшей формой агрегирования при синтезе систем является образование структур. При синтезе разработчик системы навязывает структуру проектируемой системе, исходя из целей, составных элементов и связей. В качестве типов структур, называемых агрегатами-структурами, применимы сети, матрицы, деревья и др.

При проектировании системы важно задать ее структуры во всех существенных отношениях. Совокупность всех существенных отношений определяется конфигуратором системы, и отсюда вытекает, что проект любой системы должен содержать разработку столько же структур, сколько языков включено в ее конфигуратор.

*Пример. Проект организационной системы должен содержать структуры:*

- *распределения власти;*

- *распределения ответственности;*
- *распределения информации.*

*Эти структуры могут достаточно сильно отличаться топологически.*

В современных системных исследованиях широкое внимание уделяется семантическим сетям, называемым также логико-лингвистическими моделями. Они находят большое применение в ситуационном управлении, системах искусственного интеллекта. Указанные модели отображают структуру человеческих знаний, выражаемых на естественном языке, причем это отображение может быть осуществлено средствами ЭВМ.

Для представления систем с различными циклическими операциями эффективно применение сетей Петри. Это один из инструментов моделирования дискретных процессов. В настоящее время используются их различные модификации, включая временные сети Петри, цветные сети Петри, E-сети и т. д. Математическая модель описываемого сетью Петри процесса достаточно наглядна, легко алгоритмизуема для моделирования на ЭВМ, не требует большого дополнительного объема знаний от исследователя.

### **Агрегат-случайный процесс**

Если процесс функционирования реальной сложной системы по своему существу носит характер случайного процесса, для агрегата как математической модели системы используются основные понятия теории случайных процессов. Случайный процесс, протекающий в любой физической системе, представляет собой случайные переходы системы из состояния в состояние. Состояние системы может быть охарактеризовано с помощью численных переменных: в простейшем случае — одной, в более сложных — несколькими.



## **2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

**Задача 1.** Составить блок-схему:

- 1) поступления в университет;
- 2) подготовки к лабораторным занятиям;
- 3) похода в магазин за покупками;
- 4) подготовки в экспедицию;
- 5) разработки программного обеспечения;
- 6) подготовки технической документации;
- 7) установки операционной системы на ПК;
- 8) получения зарплаты в кассе организации;
- 9) разработки процессной модели производства;
- 10) защиты выпускной квалификационной работы.

**Задача 2.** Описать составленную схему операторами «Если...То», «Пока...Цикл» и т. д.

## **3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Что понимается под агрегированием и эмерджентностью?
2. Каковы варианты задач агрегирования при исследовании систем управления?
3. Каково назначение агрегатов-конфигураторов при исследовании систем управления?
4. Каково назначение агрегатов-операторов при исследовании систем управления?
5. Каково назначение агрегатов-структур при исследовании систем управления?
6. Каково назначение агрегатов-случайных процессов при исследовании систем управления?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. — Электрон. текст. дан. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/52188>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Теория информационных процессов и систем : Учебник / Под ред. Б.Я. Советова. — М. : Академия, 2011.
3. Смоленцев В.П. Управление системами и процессами : Учебник. — М. : Академия, 2010.

## Практическое занятие №5. Методы экспертных оценок

**Цель занятия:** изучение основных видов экспертных оценок: парного сравнения, множественного сравнения, последовательного сравнения.

**Актуальность темы занятия:** экспертное оценивание — эффективный метод исследования систем, основанный на интуиции и опыте специалистов. Владение технологией экспертного оценивания обязательно для специалиста в области автоматизации.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Группа методов экспертных оценок наиболее часто используется в практике оценивания сложных систем на качественном уровне. Термин «эксперт» происходит от латинского слова *expertus* — опытный. При использовании экспертных оценок обычно предполагается, что мнение группы экспертов надежнее, чем мнение отдельного эксперта.

Экспертные оценки несут в себе как узкосубъективные черты, присущие каждому эксперту, так и коллективно-субъективные, присущие коллегии экспертов. И если первые устраняются в процессе обработки индивидуальных экспертных оценок, то вторые неустраняемы, какие бы способы обработки не применялись.

Этапы экспертизы следующие: формирование цели, разработка процедуры экспертизы, формирование группы экспертов, опрос, анализ и обработка информации.

При формулировке цели экспертизы разработчик должен выработать четкое представление о том, кем и для каких целей будут использованы результаты.

При обработке материалов коллективной экспертной оценки используются методы теории ранговой корреляции. Для количественной оценки степени согласованности мнений экспертов применяется коэффициент конкордации  $W$ , который позволяет оценить,

насколько согласованы между собой ряды предпочтительности, построенные каждым экспертом. Его значение находится в пределах  $0 \leq W \leq 1$ , где  $W = 0$  означает полную противоположность, а  $W = 1$  — полное совпадение ранжировок. Практически достоверность считается хорошей, если  $W = 0,7 \dots 0,8$ .

Для наглядности представления о степени согласованности мнений двух экспертов  $A$  и  $B$  служит коэффициент парной ранговой корреляции  $\rho$ , он принимает значения  $-1 \leq \rho \leq +1$ . Значение  $\rho = +1$  соответствует полному совпадению оценок в рангах двух экспертов (полная согласованность мнений двух экспертов), а значение  $\rho = -1$  — двум взаимно противоположным ранжировкам важности свойств (мнение одного эксперта противоположно мнению другого).

Тип используемых процедур экспертизы зависит от задачи оценивания.

К наиболее употребительным процедурам экспертных измерений относятся:

- ранжирование;
- парное сравнение;
- множественные сравнения;
- непосредственная оценка;
- метод Черчмена-Акоффа (последовательное сравнение).

Целесообразность применения того или иного метода во многом определяется характером анализируемой информации.

### **Ранжирование**

Метод представляет собой процедуру упорядочения объектов, выполняемую экспертом. Пусть среди объектов нет эквивалентных. В этом случае между ними существует отношение строгого порядка. В результате сравнения всех объектов по отношению строгого порядка составляется упорядоченная последовательность  $a_1 > a_2 > \dots > a_N$ , где объект с первым номером является наиболее

предпочтительным из всех, со вторым номером менее предпочтительен, чем первый объект, но предпочтительнее всех остальных и т. д. Полученная система объектов образует полный строгий порядок. Для этого отношения доказано существование числовой системы, элементами которой являются действительные числа, связанные между собой отношением неравенства «больше» ( $>$ ).

В практике ранжирования чаще всего применяется числовое представление последовательности в виде натуральных чисел, т. е. используется числовая последовательность. Применение строгих численных отношений «больше» ( $>$ ), «меньше» ( $<$ ) или «равно» ( $=$ ) не всегда позволяет установить порядок между объектами. Поэтому наряду с ними используются отношения для определения большей или меньшей степени какого-то качественного признака (отношения частичного порядка, например полезности), отношения типа «более предпочтительно» ( $>$ ), «менее предпочтительно» ( $<$ ), «равноценно» ( $=$ ) или «безразлично» ( $\sim$ ).

Для отношения нестрогого линейного порядка доказано существование числовой системы с отношениями неравенства и равенства между числами, описывающими свойства объектов. Наиболее предпочтительному объекту присваивается ранг, равный единице, второму по предпочтительности — ранг, равный двум, и т. д. Для эквивалентных объектов назначаются одинаковые ранги, равные среднеарифметическому значению рангов, присваиваемых одинаковым объектам. Такие ранги называют связанными рангами.

Связанные ранги могут оказаться дробными числами. Предпочтительнее использовать связанные ранги, так как сумма рангов  $N$  объектов равна сумме натуральных чисел от единицы до  $N$ . При этом любые комбинации связанных рангов не изменяют эту сумму. Данное обстоятельство существенно упрощает обработку результатов ранжирования при групповой экспертной оценке.

При групповом ранжировании каждый  $-й$  эксперт присваивает каждому  $j$ -му объекту ранг  $r_{js}$ . В результате проведения экспертизы

получается матрица рангов  $\|r_{js}\|$  размерности  $N_k$ , где  $k$  — число экспертов;  $N$  — число объектов;  $S = 1 \dots k, j = 1 \dots N$ . Результаты группового экспертного ранжирования удобно представить в виде таблицы.

Достоинство ранжирования как метода экспертного измерения — простота осуществления процедур, не требующая трудоемкого обучения экспертов. Недостатком ранжирования является практическая невозможность упорядочения большого числа объектов. Как показывает опыт, при числе объектов, большем 10-15, эксперты затрудняются в построении ранжирования. Психология утверждает, что память человека позволяет оперировать в среднем не более чем  $7 \pm 2$  объектами одновременно. Поэтому при ранжировании большого числа объектов эксперты могут допускать существенные ошибки.

### **Парное сравнение**

Этот метод представляет собой процедуру установления предпочтения объектов при сравнении всех возможных пар. При сравнении пары объектов возможно либо отношение строгого порядка, либо отношение эквивалентности. Отсюда следует, что парное сравнение так же, как и ранжирование, есть измерение по порядковой шкале.

В результате сравнения пары объектов  $a_i, a_j$  эксперт упорядочивает ее, высказывая мнение что либо  $a_i > a_j$ , либо  $a_i < a_j$ , либо  $a_i \sim a_j$ .

В практике парного сравнения используются следующие числовые представления

$$\begin{cases} 1, \text{ если } a_i > a_j, \\ 0, \text{ если } a_i < a_j, \end{cases} \quad (1.1)$$

или

$$\begin{cases} 2, \text{ если } a_i > a_j, \\ 1, \text{ если } a_i \sim a_j, \\ 0, \text{ если } a_i < a_j \end{cases} \quad (1.2)$$

где  $i, j = 1 \dots N$ .

Результаты сравнения всех пар объектов удобно представлять в виде матрицы. Пусть, например, имеются пять объектов  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  и проведено парное сравнение этих объектов по предпочтительности. Используя числовое представление (2.1), составим матрицу измерения результатов парных сравнений (табл. 1).

Таблица 1

	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	0
2	0	1	1	1	0
3	0	0	1	1	0
4	0	0	1	1	0
5	1	1	1	1	1

В табл. 1 по диагонали всегда будут расположены единицы, поскольку объект эквивалентен себе.

Представление (1.2) характерно для отображения результатов спортивных состязаний. За выигрыш дают два очка, за ничью — одно и за проигрыш — ноль очков (футбол, хоккей и т. п.). Предпочтительность одного объекта перед другим трактуется в данном случае как выигрыш одного участника турнира у другого. Таблица результатов измерения при использовании числового представления не отличается от таблиц результатов спортивных турниров за исключением элементов диагонали (обычно в турнирных таблицах элементы диагонали заштрихованы). В качестве примера в табл. 2 приведены результаты измерения пяти объектов с использованием представления (1.2), соответствующие табл. 1.

Таблица 2

	1	2	3	4	5
1	1	2	2	2	0
2	0	1	2	2	0
3	0	0	1	1	0
4	0	0	1	1	0
5	2	2	2	2	1

Вместо представления (1.2) часто используют эквивалентное ему представление

$$\begin{cases} +1, \text{ если } a_i > a_j, \\ 0, \text{ если } a_i \sim a_j, \\ -1, \text{ если } a_i < a_j \end{cases} \quad (1.2)$$

где  $i, j = 1 \dots N$ .

Если сравнение пар объектов производится отдельно по различным показателям или сравнение осуществляет группа экспертов, то по каждому показателю или эксперту составляют свою таблицу результатов парных сравнений. Сравнение во всех возможных парах не дает полного упорядочения объектов, поэтому возникает задача ранжирования объектов по результатам их парного сравнения.

Однако, как показывает опыт, эксперт далеко не всегда последователен в своих предпочтениях. В результате использования метода парных сравнений эксперт может указать, что объект  $a_1$  предпочтительнее  $a_2$ ,  $a_2$  предпочтительнее  $a_3$  и в то же время  $a_3$  предпочтительнее  $a_1$ .

В случае разбиения объекта на классы эксперт может к одному классу отнести пары  $a_1$  и  $a_2$ ,  $a_2$  и  $a_3$ , но в то же время объекты  $a_1$  и  $a_3$  отнести к различным классам. Такая непоследовательность эксперта объясняется различными причинами: сложностью задачи, неочевидностью предпочтительности объектов или разбиения их на классы (в противном случае, когда все очевидно, проведение экспертизы необязательно), недостаточной компетентностью эксперта,



недостаточно четкой постановкой задачи, многокритериальностью рассматриваемых объектов и т. д.

Непоследовательность эксперта приводит к тому, что в результате парных сравнений при определении сравнительной предпочтительности объектов мы не получаем ранжирования и даже отношений частичного порядка, не выполнено свойство транзитивности.

Если целью экспертизы при определении сравнительной предпочтительности объектов является получение ранжирования или частичного упорядочения, необходима их дополнительная идентификация. В этих случаях имеет смысл в качестве результирующего отношения выбирать отношение заданного типа, ближайшее к полученному в эксперименте.

### **Множественные сравнения**

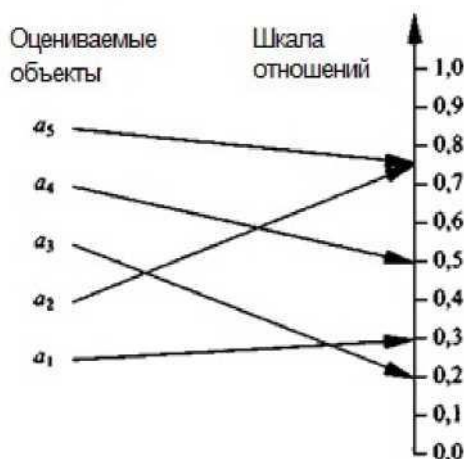
Данный вид сравнений отличается от парных тем, что экспертам последовательно предъявляются не пары, а тройки, четверки, ...,  $n$ -ки объектов. Эксперт их упорядочивает по важности или разбивает на классы в зависимости от целей экспертизы. Множественные сравнения занимают промежуточное положение между парными сравнениями и ранжированием. С одной стороны, они позволяют использовать больший, чем при парных сравнениях, объем информации для определения экспертного суждения в результате одновременного соотнесения объекта не с одним, а с большим числом объектов. С другой стороны, при ранжировании объектов их может оказаться слишком много, что затрудняет работу эксперта и сказывается на качестве результатов экспертизы. В этом случае множественные сравнения позволяют уменьшить до разумных пределов объем поступающей к эксперту информации.

### **Непосредственная оценка**

Метод заключается в присваивании объектам числовых значений на шкале интервалов. Эксперту необходимо поставить в соот-

ветствие каждому объекту точку на определенном отрезке числовой оси. При этом необходимо, чтобы эквивалентным объектам приписывались одинаковые числа.

*Пример. Оценивание пяти объектов (используется отрезок числовой оси  $[0,1]$ ).*



*Рисунок 1 — Пример сравнения пяти объектов по шкале*

Поскольку за начало отсчета выбрана нулевая точка, то в данном примере измерение производится в шкале отношений. Эксперт соединяет каждый объект линией с точкой числовой оси и получает следующие числовые представления объектов:  $\Phi(a_1) = 0,28$ ;  $\Phi(a_2) = \Phi(a_5) = 0,75$ ;  $\Phi(a_3) = 0,20$ ;  $\Phi(a_4) = 0,50$ .

Измерения в шкале интервалов могут быть достаточно точными при полной информированности экспертов о свойствах объектов. Эти условия на практике встречаются редко, поэтому для измерения применяют балльную оценку. При этом вместо непрерывного отрезка числовой оси рассматривают участки, которым приписываются баллы.

Эксперт, приписывая объекту балл, тем самым измеряет его с точностью до определенного отрезка числовой оси. Применяются 5, 10 и 100-балльные шкалы.

## Метод Черчмена-Акоффа (последовательное сравнение)

Метод относится к числу наиболее популярных при оценке альтернатив. В нем предполагается последовательная корректировка оценок, указанных экспертами. Основные предположения, на которых основан метод, состоят в следующем:

- каждой альтернативе  $a_i$  ( $i = 1 \dots N$ ) ставится в соответствие действительное неотрицательное число  $\Phi(a_i)$ ;
- если альтернатива  $a_i$  предпочтительнее альтернативы  $a_j$ , то  $\Phi(a_i) > \Phi(a_j)$ , если же альтернативы  $a_i$  и  $a_j$  равноценны, то  $\Phi(a_i) = \Phi(a_j)$ ;
- если  $\Phi(a_i)$  и  $\Phi(a_j)$  — оценки альтернатив  $a_i$  и  $a_j$ , то  $\Phi(a_i) + \Phi(a_j)$  соответствует совместной реализации альтернатив  $a_i$  и  $a_j$ .

Наиболее сильным является последнее предположение об аддитивности оценок альтернатив.

Согласно методу Черчмена-Акоффа альтернативы  $a_1, a_2, \dots, a_N$  ранжируются по предпочтительности. Пусть для удобства изложения альтернатива  $a_1$ , наиболее предпочтительна, за ней следует  $a_2$  и т. д. Эксперт указывает предварительные численные оценки  $\Phi(a_i)$  для каждой из альтернатив. Иногда наиболее предпочтительной альтернативе приписывается оценка 1, остальные оценки располагаются между 0 и 1 в соответствии с их предпочтительностью. Затем эксперт производит сравнение альтернативы  $a_1$  и суммы альтернатив  $a_2, \dots, a_N$ .

Если альтернатива  $a_1$  оказывается менее предпочтительной, то для уточнения оценок она сравнивается по предпочтению с суммой альтернатив  $a_2, \dots, a_N$  и т. д. После того как альтернатива  $a_1$  оказывается предпочтительнее суммы альтернатив  $a_2, \dots, a_k$  ( $k > 2$ ), она исключается из рассмотрения, а вместо оценки альтернативы  $a_1$  рассматривается и корректируется оценка альтернативы  $a_2$ . Процесс продолжается до тех пор, пока откорректированными не окажутся оценки всех альтернатив.

При достаточно большом  $N$  применение метода становится слишком трудоемким. В этом случае целесообразно разбить альтернативы на группы, а одну из альтернатив, например максимальную, включить во все группы. Это позволяет получить численные оценки всех альтернатив с помощью оценивания внутри каждой группы.

Метод Черчмена-Акоффа является одним из самых эффективных. Его можно успешно использовать при измерениях в шкале отношений. В этом случае определяется наиболее предпочтительная альтернатива  $a_1$ . Ей присваивается максимальная оценка. Для всех остальных альтернатив эксперт указывает, во сколько раз они менее предпочтительны, чем  $a_1$ . Для корректировки численных оценок альтернатив можно использовать как стандартную процедуру метода Черчмена-Акоффа, так и попарное сравнение предпочтительности альтернатив. Если численные оценки альтернатив не совпадают с представлением эксперта об их предпочтительности, производится корректировка.

## 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Ранжировать описанными выше методами следующие альтернативы по степени предпочтения (не менее пяти вариантов альтернатив).

1. Экзамены по сдаваемым предметам.
2. Просмотр различных фильмов.
3. Бытовая техника известных производителей.
4. Компьютерные игры.
5. Погода в различные времена года.
6. Отдых на различных курортах.
7. Компьютеры/ноутбуки различных производителей.
8. Различные музыкальные исполнители.
9. Компьютерные антивирусы.
10. Продукты питания.

### **3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Какие методы экспертных оценок считаются основными?
2. В чем заключается сущность метода ранжирования?
3. Что такое метод попарного сравнения и в чем его отличие от метода ранжирования?
4. В чем заключается метод множественного сравнения?
5. Что такое непосредственная оценка?
6. В чем заключается метод последовательного сравнения, и какие его основные отличительные особенности?

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. — Электрон. текст. дан. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/52188>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Теория информационных процессов и систем : Учебник / Под ред. Б.Я. Советова. — М. : Академия, 2011.
3. Смоленцев В.П. Управление системами и процессами : Учебник. — М. : Академия, 2010.

## Практическое занятие №6. Оценивание сложных систем в условиях определенности

**Цель занятия:** изучение основных методов решения задач векторной оптимизации.

**Актуальность темы занятия:** оптимизация — обязательный этап синтеза систем с заданными характеристиками. Владение технологией оптимизации обязательно для специалиста в области автоматизации.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### 1.1. Задача многокритериального математического программирования

Задача многокритериального математического программирования (векторной оптимизации) имеет вид

$$\begin{aligned} &extr\{f_1(x) = F_1\}, \\ &extr\{f_2(x) = F_2\}, \\ &\dots \\ &extr\{f_k(x) = F_k\}, \\ &\text{при } x \in X, \end{aligned}$$

где  $X$  — множество допустимых значений переменных  $x$ ;  $k$  — число целевых функций (критериев);  $F_i$  — значение  $i$ -го критерия (целевой функции); *extr* — означает, что данный критерий должен принять экстремальное значение (его нужно максимизировать или минимизировать).

Многокритериальная задача отличается от однокритериальной задачи оптимизации наличием нескольких целевых функций вместо одной.

При наличии в многокритериальной задаче критериев с разной размерностью используют нормализацию критериев. Способы нормализации представлены в табл. 1.

Таблица 1

Нормализация	Математическое выражение
Сведение к безразмерным величинам	$f(x y)/\rho(f(x y))$
Приведение к одной размерности $\rho[\varphi]$	$f(x y)/\alpha(y)$ $\rho[f(x y)] = \rho[\alpha(y)]\rho[\varphi]$
Смена ингредиента	$-f(x y)$ $1/f(x y)$
Естественная нормализация $\lambda_i(x y)$	$\frac{f(x y) - \min_{x \in X}(f(x y))}{\max_{x \in X}(f(x y)) - \min_{x \in X}(f(x y))}$
Нормализация сравнения	$f(x y)/\max_{x \in X}(f(x y))$
Нормализация Савиджа	$\max_{x \in X}(f(x y)) - f(x y)$
Нормализация осреднения	$f(x y)/\sum_{y \in Y} f(x y)$

В данной таблице  $y$  — элемент пространства  $G$ ,  $G$  — пространство элементов произвольной природы, называемых целевыми термами (в конкретных интерпретациях это совокупность, перечень или нумерация качественных свойств) элементов  $x \in X$ .

Сверткой компонент многоцелевого показателя  $f \in F$  называется отображение  $g \in \{F \rightarrow R^1\}$ , которое преобразует совокупность компонент многоцелевого показателя  $f$ , соответствующих целевым термам  $y \in Y$ , в скалярный целевой показатель  $g[f(x|y)] = g[f(x|y), y \in Y] \in R^1$ . Основные виды сверток — линейные, минимизационные, максимизационные, произведения и функции Кобба-Дугласа следующего вида

$$\left\{ \begin{array}{l} g(f(x|y)) = \sum_{y \in Y} \alpha(y) f(x|y), \\ g(f(x|y)) = \min_{y \in Y} [\alpha(y) f(x|y) + \beta(y)], \\ g(f(x|y)) = \max_{y \in Y} [\alpha(y) f(x|y) + \beta(y)], \\ g(f(x|y)) = \prod_{y \in Y} \alpha(y) f(x|y), \\ g(f(x|y)) = \prod_{y \in Y} [\alpha(y) f(x|y)]^{\beta(y)}. \end{array} \right.$$

Проблемы обоснования сверток составляют основное направление теории полезности. К настоящему времени сформулированы основные принципы выбора типа свертки, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Принцип выбора	Условие оптимальности
Доминантности $R^{dom}$	$f(x^0 y) \geq f(x y) \forall x \in X$
Частичной доминантности	$\exists Y_1 \subseteq Y: f(x^0 y) \geq f(x y) \forall x \in X, y \in Y_1$
Парето $\bar{R}^{dom}$	$\exists x \in X: \{f(x y) \geq f(x^0 y) \forall y \in Y\} \cap \{\exists y^0 \in Y: f(x^0 y) > f(x^0 y^0)\}$
Слейтера	$\exists x \in X: \{f(x y) \geq f(x^0 y) \forall y \in Y\}$
Собственно эффективности Джерри	$\exists x \in X: \{f(x y) \geq f(x^0 y) \forall y \in Y\}$ $\exists M > 0: \frac{f(x y) - f(x^0 y)}{f(x^0 y) - f(x y')} \leq M$ $\forall y \in Y, \forall x \in \{x \in X: f(x y) > f(x^0 y)\}$ $\forall y' \in \{y \in Y: f(x y) < f(x^0 y)\}$
Несобственно эффективности Джерри	$\exists x \in X: \{f(x y) \geq f(x^0 y) \forall y \in Y\}$ $\exists M > 0, \exists x \in \{x \in X: f(x y) > f(x^0 y'')\}$ $\frac{f(x y'') - f(x^0 y'')}{f(x^0 y') - f(x y')} < M$ $\forall y' \in \{y \in Y: f(x y') < f(x^0 y')\}$
Равенства	$f(x^0 y') = f(x^0 y'') \forall y, y'' \in Y$
Суммарной эффективности	$\sum_{y \in Y} f(x^0 y) \geq \sum_{y \in Y} f(x y) \forall x \in X$
Нэша	$\prod_{y \in Y} f(x^0 y) \geq \prod_{y \in Y} f(x y) \forall x \in X$
Компромисса	$\exists \alpha(y) \in A: \sum_{y \in Y} \alpha(y) f(x^0 y) = \max_{y \in Y} \alpha(y) f(x y)$
Доминирующего результата	$\max_{y \in Y} f(x^0 y) \geq \max_{y \in Y} f(x y) \forall x \in X$
Гарантированного результата	$\min_{y \in Y} f(x^0 y) \geq \min_{y \in Y} f(x y) \forall x \in X$
Наименьшего	$ f(x^0 - f^*)  \leq  f(x - f^*)  \forall x \in X$



Принцип выбора	Условие оптимальности
уклонения	$f^* = \{f^*(y)\}_{y \in Y}$ $f^*(y) = \max_{x \in X} f(x y) \forall y \in Y$
$\lambda$ -критерия	$x^o \in X_{\lambda^o}: \lambda^o = \max_{\lambda} \lambda   X_{\lambda} = \lambda$ $X_{\lambda} = \{x \in X: \lambda_j(x \lambda) \geq \lambda \forall y \in Y\}$
$\alpha$ -критерия Гурвица $R_{\lambda}^{\alpha}(f)$	$x^o \in X: \left[ \alpha \min_{y \in Y} \lambda_j(x^o y) + \max_{y \in Y} \lambda_j(x^o y) \right] \geq$ $\geq \left[ \alpha \min_{y \in Y} \lambda_j(x y) + (1 - \alpha) \max_{y \in Y} \lambda_j(x y) \right] \forall x \in X$
Максимумы функции неопределенности	$x^o \in X: H[f(x_o)] \geq H[f(x)] \forall x \in X$

В задачах выбора решения, формализуемых в виде модели векторной оптимизации, первым шагом следует считать выделение области компромиссов (или решений, оптимальных по Парето). Вектор называется оптимальным по Парето решением, если не существует такого, что выполняются неравенства  $f(x|y) \neq f(x^o|y)$  и  $f(x|y) \geq f(x^o|y) \forall y \in Y$ .

Областью компромиссов  $\Gamma_x$  называется подмножество допустимого множества решений  $X$ , обладающего тем свойством, что все принадлежащие ему решения не могут быть улучшены одновременно по всем локальным критериям — компонентам вектора эффективности. Следовательно, для любых двух решений, принадлежащих области  $\Gamma_x (x', x'' \in \Gamma_x)$  обязательно имеет место противоречие хотя бы с одним из локальных критериев. Это приводит к необходимости проводить выбор решения в  $\Gamma_x$  на основе некоторой схемы компромисса, что и послужило причиной для названия этого подмножества областью компромиссов. Оптимальное решение, выбираемое на основе многокритериального подхода независимо от избираемого принципа оптимальности, всегда должно принадлежать области компромиссов. Иначе оно может быть улучшено и, следовательно, не является оптимальным. Таким образом, область компромиссов есть область потенциально оптимальных компромиссов. Отсюда следует, что при выборе решения по векторному критерию эффективности можно ограничить поиск оптимального

решения областью компромиссов  $\Gamma x$ , которая, как правило, значительно уже всей области возможных решений  $X$ .

## 1.2. Методы многокритериальной оптимизации

### Принцип справедливого компромисса

Пусть все локальные критерии, образующие вектор эффективности, имеют одинаковую важность. *Справедливым* будем считать такой компромисс, при котором относительный уровень снижения качества по одному или нескольким критериям не превосходит относительного уровня повышения качества по остальным критериям (меньше или равен). Этому принципу можно дать следующую математическую интерпретацию. Пусть в области компромиссов  $\Gamma x$  даны два решения  $x'$  и  $x''$ , качество которых оценивается критериями  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ . Решение  $x'$  превосходит решение  $x''$  по критерию  $F_1$ , но уступает по критерию  $F_2$ . Необходимо сравнить эти решения и выбрать наилучшие на основе принципа справедливого компромисса. Для сравнения решений введем меру относительного снижения качества решения по каждому из критериев — цену уступки  $x$

$$x_1 = \frac{\Delta F_1(x', x'')}{\max_{x', x''} F_1(x)}; \quad x_2 = \frac{\Delta F_2(x', x'')}{\max_{x', x''} F_2(x)}, \quad (1.1)$$

где  $\Delta F_1$  и  $\Delta F_2$  — абсолютные снижения уровня критериев при переходе от решения  $x'$  к решению  $x''$  (для критерия  $F_1$ ) и при обратном переходе (для критерия  $F_2$ ). Если относительное снижение критерия  $F_1$  больше, чем критерия  $F_2$ , то следует отдать предпочтение решению  $x'$ . Это следует из сравнения цены уступки по каждому критерию.

Алгоритм решения задачи векторной оптимизации, основанный на принципе справедливого компромисса, включает следующие шаги.

Шаг 0. Выбираем  $x'$  и  $x'' \in Dx$ .

Шаг 1. Вычисляем по формулам (1.1)  $x_1$  и  $x_2$

Шаг 2. Если  $x_1 > x_2$ , то выбираем  $x'$ , иначе выбираем  $x''$ .

Шаг 3. Если не существует вектора  $x \in X$  предпочтительнее  $x_1$  или  $x_2$ , то решение останавливается, иначе выбираем новый вектор  $x_3$  и переходим к шагу 1.

Модель определения области компромиссов, а также модель справедливого компромисса инвариантны к масштабу измерения критериев. Идея справедливого компромисса может быть оправдана в случае нормализованного пространства критериев, когда все локальные критерии имеют единый масштаб измерения. Большинство принципов нормализации основывается на введении идеального решения, т. е. решения, обладающего идеальным вектором эффективности  $Fu$ . Это идеальное решение можно априорно предположить исходя из информации об объекте, а можно решить задачу оптимизации для каждого локального критерия и соответствующее этим решениям значение вектора эффективности принять за идеальный вектор эффективности  $Fu$ . Тогда выбор оптимального решения становится равнозначным наилучшему приближению к этому идеальному вектору  $Fu = (Fu_1, \dots, Fu_n)$ .

В этом случае вместо действительного значения критериев рассматриваются или их отклонение от идеального значения

$$dF_j = Fu_j - F_j, \quad (1.2)$$

или их безразмерное относительное значение

$$\bar{F}_j = F_j / Fu_j. \quad (1.3)$$

При решении данной задачи используются оба способа нормализации. Таким образом, успешное решение проблемы нормализации во многом зависит от того, насколько точно и объективно удастся определить идеальное качество решения. После нормализации критериев эффективности задача выбора решения приобретает ясный математический смысл. В теоретико-множественном отношении она становится задачей упорядочивания ограниченных векторных множеств, а с точки зрения теории приближений — задачей приближения в метрическом конечномерном пространстве. Это дает возможность проводить обоснованный выбор принципов оптимальности и выявлять их логический смысл.

### Принцип слабой оптимальности по Парето

Вектор  $x^1 \in X$  называется слабо оптимальным по Парето решением (оптимальным по Слейтеру), если не существует вектора  $x^1 \in X$  такого, что  $f(x|y) \geq f(x^1|y) \forall y \in Y$ .

Пусть  $x_i^o, i = 1 \dots m$  есть оптимальные решения для обычных скалярных оптимизационных задач, каждая из которых максимизирует компоненту  $F_i(x)$  вектора  $F(x)$

$$\max_{x \in X} F_j(x), j = 1 \dots m. \quad (1.4)$$

Если они являются максимальными решениями для каждого значения  $j$ , то считаем, что  $F_j(x_j^o) > F_i(x_j), i = 1 \dots m$ , где  $x_j^o$  — оптимальное решение задачи (1.4).

Положим, что  $S_j^o$  изображает множество решений, каждое из которых соответствует компоненту  $F$ , и

$$S_j^o = \{x | F_j(x) \leftarrow F_j(x_j^o) + a_j\}, \quad (1.5)$$

где  $a_j$  представляет допустимое количество ограничений соответствующей области по отношению к  $F_j$ . Тогда оптимальное достаточное решение это такое решение, при котором минимальный компонент (наихудший компонент) максимизируется на множестве, удовлетворяющем достаточному условию  $x \in X$  и  $x \in S_1^o \times S_2^o \times \dots \times S_m^o$ . Оно может быть сформулировано как

$$\max_{x,z} z, \quad (1.6)$$

при условиях  $F_j(x) \geq z; F_i(x) \geq F_j(x_j^o) - a_j, i = 1 \dots m; x \in X$ .

Здесь задача (1.6) неразрешима, если  $a_j$  не настолько велико, что пересечение  $\{S_j^o\}$  непусто. Величины  $a_j$  должны быть определены на основе значений  $F_j(x^o)$  или анализа точности. Можно доказать, что оптимальное решение задачи (1.6) есть оптимальное решение по Парето.

Алгоритм решения задачи имеет следующие шаги.

Шаг 1. Полагаем  $l = 1$  и решаем задачу  $\max_{x,z} z$  при условиях

$$F_j(x) \geq z; F_i(x) \geq F_j(x_j^o) - a_j, i = 1 \dots m; x \in X.$$

Вызываем исходное решение  $x_1$  и оцениваем целевую функцию  $F(x_1)$ .

Шаг 2. Когда  $x_1$  задано, раскладываем  $F(x_1)$  на удовлетворительные и неудовлетворительные компоненты. Обозначим их соответственно через  $S_l$  и  $\bar{S}_l$ . Если  $S_l = \emptyset$ , то эта задача считается неразрешимой. Если  $S_l \neq \emptyset$ , то  $x_1$  — оптимальное, отвечающее требованиям решение. Если  $\bar{S}_l \neq \emptyset$  и  $S_l \neq \emptyset$ , то для  $j \in S_l$  определяется  $a_{lj} > 0$ , допустимое по отношению к  $F_j(x_1)$  (равенство  $a_{lj} = 0$  означает, что  $F_j$  — целевая функция  $f_j(x)$  не может принимать значение, отличное от  $f_j(x_l)$ ).

Шаг 3. Решаем задачу  $\max_{x,z} z$  при условиях  $F_j(x) \in z, j \in \bar{S}$  ;

$$F_i(x) \geq F_j(x_j^0) - a_j, j \in S_l; x \in X.$$

Вызываем исходное решение  $x_{l+1}$ . Если  $x_{l+1} = x_l$ , то задача будет неразрешимой; при этом алгоритм заканчивается.

Если  $x_{l+1} \neq x_l$ , то полагаем  $l = l + 1$  и возвращаемся к шагу 2.

### Принцип приближения по всем локальным критериям к идеальному решению

В основу данного подхода положена идея приближения по всем критериям. Пусть дана задача многокритериального программирования

$$\begin{aligned} \max\{f_1(x) = F_1\}, \\ \max\{f_2(x) = F_2\}, \\ \dots \\ \max\{f_k(x) = F_k\}, x \in X, \end{aligned} \quad (1.7)$$

при ограничениях

$$\alpha_{\alpha 1} x_1 + \alpha_{\alpha 2} x_2 + \dots + \alpha_{\alpha n} x_n = \beta_{\alpha} \quad (\alpha = 1 \dots r), \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{r+\beta,1} x_1 + \alpha_{r+\beta,2} x_2 + \dots + \alpha_{r+\beta,n} x_n = \beta_{r+\beta} \\ (\beta = 1 \dots m - r), \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots x_n \geq 0. \quad (1.10)$$

Среди решений системы (1.7)-(1.10) требуется отыскать такое значение вектора  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ , при котором локальные критерии примут по возможности максимальное (минимальное) значение одновременно.

Рассмотрим каждую отдельную функцию  $f_i(x)$  и допустим, что для каждого фиксированного  $i = 1 \dots m$  решена задача максимиза-

ции. Пусть соответствующие оптимальные планы характеризуются векторами

$$x_i^o = (x_1^o, x_2^o, \dots, x_n^o), i = 1 \dots m. \quad (1.11)$$

На этих оптимальных планах определим значения критериев соответственно

$$F_i^o = (F_i(x_1^o), F_i(x_2^o), \dots, F_i(x_n^o)), i = 1 \dots m, \quad (1.12)$$

Естественно, что векторы (1.11), определяющие векторы точки в пространстве переменных  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \Omega$ , будут разными: некоторые из них могут совпадать друг с другом.

Рассмотрим вектор  $F(x)$  с компонентами  $F(x)|F_i^o$  из (1.11) и составим квадрат евклидовой нормы

$$R(x) = \|F(x) - F^o\|^2, \quad (1.13)$$

вектора  $F(x) - F^o$ , определенного для всех  $x \in \Omega$ .

Заметим, что  $F^o$  будет представлять собой единичный вектор в пространстве вектора  $F(x)$ . Назовем его идеальным значением вектора  $F(x)$ . Поставленная задача теперь формулируется так: дана система целевых функций (1.7) и даны условия задачи (1.8)-(1.10). Требуется определить точку  $x \in \Omega$ , в которой функция  $R(x)$  достигает минимума.

Таким образом, отыскание векторно-оптимального плана  $x \in \Omega$  в данной задаче сведено к оптимизации выражения (1.13) на решениях системы линейных неравенств (1.8)-(1.10). Поскольку выражение (1.13) представляет собой квадратичную функцию переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , то задача отыскания векторно-оптимального плана свелась к задаче выпуклого программирования.

Задана выпуклая функция  $R(x)$ , определенная на множестве  $x \in \Omega$ . Требуется отыскать точку  $x \in \Omega$ , обеспечивающую выполнение условия  $R(x^*) = \min R(x), x \in \Omega$ .

Таким образом, алгоритм решения задачи (1.7)-(1.10) состоит из двух основных этапов:

Этап 1.  $\max F_i(x), i = 1 \dots m$ .

Этап 2.  $\min R(x)$ .

### **Метод квазиоптимизации локальных критериев (метод последовательных уступок)**

В данном случае осуществляется поиск не единственного оптимума, а некоторой области решений, близких к оптимальному, — квазиоптимального множества. При этом уровень допустимого отклонения от точного оптимума определяется с учетом точности постановки задачи (например, в зависимости от точности вычисления величины критериев), а также некоторых практических соображений (например, требований точности решения задачи).

Вначале производится качественный анализ относительной важности критериев; на основании такого анализа критерии располагаются и нумеруются в порядке убывания важности, так что главным считается критерий  $F_1$ , менее важен  $F_2$ , затем следуют остальные локальные критерии  $F_3, F_4, \dots, F_m$ . Максимизируется первый по важности критерий  $F_1$  и определяется его наибольшее значение  $M_1$ . Затем назначается допустимое снижение (уступка)  $d_1 \geq 0$  критерия  $F_1$ . Определим новую допустимую область  $X(1)$  как подобласть  $X$  вида

$$X(1) = X_n \{x | F_1(x) \geq M_1 - d_1\}. \quad (1.14)$$

Такой подход позволяет сузить первоначальную допустимую область  $X$ , когда переходим к следующему по важности критерию.



После этого находим наибольшее значение  $M_2$  второго критерия  $F_2$  на множестве  $X(1)$ , т. е. при условии, что значение первого критерия должно быть не меньше, чем  $M_1 - d_1$ . Снова назначается значение уступки  $d_2 \geq 0$ , но уже по второму критерию, которое вместе с первым используется при нахождении условного максимума третьего критерия, и т. д. Наконец, максимизируется последний по важности критерий  $F_m$  при условии, что значение каждого критерия  $F_r$  из  $m - 1$  предыдущих должно быть не меньше соответствующей величины  $M_r - d_r$ ; получаемые стратегии считаются оптимальными

$$X(i) = X(i - 1)_n \{x | F_i(x) \geq M_i - d_i\}. \quad (1.14)$$

Таким образом, оптимальной считается стратегия, являющаяся решением последней задачи из последовательности задач

- 1) найти  $M_1 = \sup F_1(x), x \in X$ ;
- 2) найти  $M_2 = \sup F_2(x), x \in X$ ;
- ...
- $m$ ) найти  $M_m = \sup F_m(x), x \in X$ . (1.15)

Если критерий  $F_m$  на множестве стратегий, удовлетворяющих ограничениям задачи ( $m$ ) из (1.15), не достигает своего наибольшего значения  $M_m$ , то решением многокритериальной задачи считают максимизирующую последовательность  $\{x_k\}$  из последовательности множеств  $X_{m-1} \subset X_{m-2} \subset \dots \subset X_1 \subset X$ .

Значения уступок  $d_i, i = 1 \dots m$  последовательно назначаются при изучении взаимосвязи частных критериев.

Вначале решается вопрос о назначении допустимого снижения  $d_1$  первого критерия от наибольшего значения  $M_1$ . Задают несколько величин уступок  $d_{11}, d_{21}, d_{31}, \dots$  и путем решения задачи (1.15) определяют соответствующие максимальные значения

$M_2(d_{11}), M_2(d_{21}), M_2(d_{31}), \dots$  второго критерия. Далее рассматривают пару критериев  $F_2$  и  $F_3$ . Вновь назначают пробные значения уступок  $d_{12}, d_{22}, d_{32}, \dots$  и отыскивают наибольшие значения  $M_3(d_{12}), M_3(d_{22}), M_3(d_{32}), \dots$ . Полученные данные анализируют, назначают  $d_2$ , переходят к следующей паре критериев  $F_2$  и  $F_3$  и т. д. Наконец, в результате анализа взаимного влияния критериев  $F_{m-1}$  и  $F_m$  выбирают значение последней уступки  $d_{m-1}$  и отыскивают оптимальные стратегии, решая задачу (m) из (1.15) (обычно ограничиваются нахождением одной такой стратегии).

Для решения многокритериальной задачи нужно так ранжировать критерии, чтобы потом удобнее было выбирать значения уступок.

Удобным является случай, когда в результате предварительного анализа многокритериальной задачи выясняется, что можно допустить уступки лишь в пределах «инженерной» точности (5-10 % от наибольшей величины критерия).

### **Метод свертывания векторного критерия в скалярный критерий**

Одним из распространенных методов решения многокритериальных задач является метод сведения многокритериальной задачи к однокритериальной путем свертывания векторного критерия в скалярный. При этом каждый критерий умножается на соответствующий ему весовой коэффициент (коэффициент важности)

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^m \alpha_i F_i(x), \alpha_i \geq 0. \quad (1.16)$$

При этом возникают трудности с правильным подбором весовых коэффициентов  $\alpha_i$ . Существуют различные способы выбора коэффициентов  $\alpha$ . Один из них — назначение  $\alpha$  в зависимости от относительной важности критериев. Должно выполняться условие нормировки  $\sum \alpha_i = 1$ .

## 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

**Задача 1.** Решить оптимизационную задачу

$$f_1(X) = 43x_1 + 12x_2 \rightarrow \max$$

$$f_2(X) = 10x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 > 50$$

$$x_1 - x_2 > 0$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0$$

**Задача 2.** Решить оптимизационную задачу

$$f_1(X) = 90x_1 + 54x_2 \rightarrow \max$$

$$f_2(X) = 25x_1 - 34x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 > 25$$

$$x_1 - x_2 < 12$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0$$

**Задача 3.** Решить оптимизационную задачу

$$f_1(X) = 554x_1 + 643x_2 \rightarrow \max$$

$$f_2(X) = 765x_1 - 432x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 > 280$$

$$x_1 - x_2 > 125$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0$$

**Задача 4.** Решить оптимизационную задачу

$$f_1(X) = 34x_1 + 87x_2 \rightarrow \max$$

$$f_2(X) = 16x_1 - 32x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 > 23$$

$$x_1 - x_2 < 5$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0$$

**Задача 5.** Решить оптимизационную задачу

$$f_1(X) = 32x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$f_2(X) = 56x_1 - 52x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 > 20$$

$$x_1 - x_2 < 12$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0$$

**Задача 6.** Решить оптимизационную задачу

$$f_1(X) = 432x_1 + 764x_2 \rightarrow \max$$

$$f_2(X) = 542x_1 - 232x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 > 324$$

$$x_1 - x_2 < 127$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0$$

**Задача 7.** Решить оптимизационную задачу

$$f_1(X) = 322x_1 + 46x_2 \rightarrow \max$$

$$f_2(X) = 132x_1 - 543x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 > 234$$

$$x_1 - x_2 < 167$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0$$

### **3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. В чем суть оптимизации по принципу Парето?
2. Что такое скалярный критерий, и каким образом в него можно свернуть векторный критерий?
3. Что такое метод последовательных уступок?
4. В чем состоит принцип приближения по всем локальным критериям к идеальному решению?
5. Что такое принцип слабой оптимальности по Парето?
6. В чем заключается принцип справедливого компромисса?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. — Электрон. текст. дан. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/52188>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Теория информационных процессов и систем : Учебник / Под ред. Б.Я. Советова. — М. : Академия, 2011.
3. Смоленцев В.П. Управление системами и процессами : Учебник. — М. : Академия, 2010.

## **Практическое занятие №7. Оценивание сложных систем на основе теории полезности**

**Цель занятия:** изучение основных положений теории полезности и приобретение практических навыков оценивания сложных систем в условиях риска на основе функции полезности.

**Актуальность темы занятия:** теория полезности широко применяется при анализе систем в условиях действия случайных факторов как основа для принятия решений. Владение этой технологией обязательно для специалиста в области автоматизации.

### **1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

Операции, выполняемые в условиях риска, называются вероятностными. Однозначность соответствия между системами и исходами в вероятностных операциях нарушается. Это означает, что каждой системе (альтернативе)  $a$  ставится в соответствие не один, а множество исходов  $\{y_k\}$  с известными условными вероятностями появления  $p(y_k|a_i)$ . Очевидно, оценивать системы в операциях данного типа так, как в детерминированных операциях, нельзя.

*Пример.* Из-за ограниченной надежности сетевого оборудования время передачи сообщения может меняться случайным образом по известному закону.

Эффективность систем в вероятностных операциях находится через математическое ожидание функции полезности на множестве исходов  $K(a) = M_a[F(y)]$ . При исходах  $y_k \{k \sim 1 \dots t\}$  с дискретными значениями показателей, каждый из которых появляется с условной вероятностью  $p(y_k|a_i)$  и имеет полезность  $F(y_k)$ , выражение для определения математического ожидания функции полезности записывается в виде

$$K(a_i) = \sum_{k=1}^m p(y_k|a_i)F(y_k), i = 1 \dots n. \quad (1.1)$$

Из выражения (1.1) как частный случай может быть получена оценка эффективности систем для детерминированных операций, если принять, что исход, соответствующий системе, наступает с вероятностью, равной единице, а вероятности остальных исходов равны нулю. Условия оценки систем в случае, когда показатели исхода вероятностной операции являются дискретными величинами, удобно задавать таблично (табл. 1).

Таблица 7

$a_i$	$y_k$	$p(y_k a_i)$	$F(y_k)$	$K(a_i)$
$a_1$	$y_1$	$p(y_1 a_1)$	$F(y_1)$	...
	$y_2$	$p(y_2 a_1)$	$F(y_2)$	
	...	...	...	
	$y_l$	$p(y_l a_1)$	$F(y_l)$	
$a_2$	$y_1$	$p(y_1 a_2)$	$F(y_1)$	...
	$y_2$	$p(y_2 a_2)$	$F(y_2)$	
	...	...	...	
	$y_l$	$p(y_l a_2)$	$F(y_l)$	
...	...	...	...	...
$a_m$	$y_1$	$p(y_1 a_m)$	$F(y_1)$	...
	$y_2$	$p(y_2 a_m)$	$F(y_2)$	
	...	...	...	
	$y_l$	$p(y_l a_m)$	$F(y_l)$	

При исходах с непрерывными значениями показателей математическое ожидание функции полезности определяется как

$$K(a_i) = \int_R f(y|a_i)F(y) dy,$$

где  $f(y|a_i)$  — плотность вероятностей исходов;  $R$  — допустимая область векторного пространства исходов.

Для оценки эффективности систем в вероятностной операции необходимо:

- определить исходы операции по каждой системе;
- построить функцию полезности на множестве исходов операции;
- найти распределение вероятностей на множестве исходов операции;
- рассчитать математическое ожидание функции полезности на множестве исходов операции для каждой системы.

Критерий оптимальности для вероятностных операций имеет вид

$$K(a_i) = \max_{a_i} M_{a_i}[F(y)], i = 1 \dots m.$$

В соответствии с этим критерием оптимальной системой в условиях риска считается система с максимальным значением математического ожидания функции полезности на множестве исходов операции.

Оценка систем в условиях вероятностной операции — это оценка «в среднем», поэтому ей присущи все недостатки такого подхода, главный из которых заключается в том, что не исключен случай выбора неоптимальной системы для конкретной реализации операции. Однако если операция будет многократно повторяться, то оптимальная в среднем система приведет к наибольшему успеху.

Сведение задачи оценки систем к вероятностной постановке применимо для операций, имеющих массовый характер, для которых имеется возможность определить объективные показатели исходов, вероятностные характеристики по параметрам обстановки и законы распределения вероятностей на множестве исходов операции.

Рассмотрим пример оценки эффективности систем в вероятностных операциях по приведенному критерию.



**Пример 1.** Оценка вариантов конфигурации гетерогенной локальной вычислительной сети общего пользования. Исследуемая операция — обмен сообщениями между пользователями, система — варианты размещения сетевого оборудования, показатель исхода операции — число переданных сообщений  $n_k$  (дискретная величина). Числовые данные для оценки приведены в табл. 2.

Таблица 2

$a_i$	$n_k$	$p(n_k a_i)$	$F(n_k)$	$K(a_i)$
Вариант 1	60	0,3	0,8	0,51
	40	0,5	0,5	
	20	0,2	0,1	
Вариант 2	60	0,25	0,8	0,515
	40	0,60	0,5	
	20	0,15	0,1	

Расчет показателей и оценка эффективности по критерию превосходства показывают, что в качестве оптимальной системы должен быть признан вариант 2 конфигурации сети

$$K(a_1) = 0,3 \times 0,8 + 0,5 \times 0,5 + 0,2 \times 0,1 = 0,51;$$

$$K(a_2) = 0,25 \times 0,8 + 0,6 \times 0,5 + 0,15 \times 0,1 = 0,515;$$

$$K_{\text{опт}} = \max K(a) = K(a_2) = 0,515.$$

Кроме оптимизации «в среднем» в вероятностных операциях используются и другие критерии оценки систем:

- максимум вероятности случайного события;
- максимум степени вероятностной гарантии достижения результата не ниже требуемого уровня;
- минимум среднего квадрата отклонения результата от требуемого;
- минимум дисперсии результата;
- максимум вероятностно-гарантированного результата;

- минимум среднего (байесовского) риска (минимум средних потерь).

Рассмотрение этих критериев составляет один из разделов теории принятия решений.

## 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Для представленных ниже вариантов рассчитать показатели и оценку эффективности по критерию превосходства.

### Задача 1

$a_i$	$n_k$	$p(n_k a_i)$	$F(n_k)$
Вариант 1	85	0,5	0,3
	65	0,25	0,7
	45	0,25	0,2
Вариант 2	85	0,65	0,2
	65	0,25	0,45
	45	0,1	0,6
Вариант 2	85	0,4	0,15
	65	0,35	0,65
	45	0,25	0,2

### Задача 2

$a_i$	$n_k$	$p(n_k a_i)$	$F(n_k)$
Вариант 1	120	0,7	0,6
	80	0,1	0,6
	60	0,2	0,3
Вариант 2	120	0,5	0,4
	80	0,3	0,45
	60	0,2	0,4
Вариант 2	120	0,8	0,35
	80	0,05	0,5
	60	0,15	0,3

### Задача 3

$a_i$	$n_k$	$p(n_k a_i)$	$F(n_k)$
Вариант 1	60	0,4	0,15
	50	0,1	0,65
	40	0,5	0,2
Вариант 2	60	0,2	0,6
	50	0,3	0,6
	40	0,5	0,3
Вариант 2	60	0,6	0,2
	50	0,15	0,45
	40	0,25	0,6

### Задача 4

$a_i$	$n_k$	$p(n_k a_i)$	$F(n_k)$
Вариант 1	60	0,4	0,4
	50	0,1	0,45
	40	0,5	0,4
Вариант 2	60	0,65	0,6
	50	0,25	0,6
	40	0,1	0,3
Вариант 2	60	0,8	0,2
	50	0,05	0,45
	40	0,15	0,6

### Задача 5

$a_i$	$n_k$	$p(n_k a_i)$	$F(n_k)$
Вариант 1	85	0,65	0,3
	65	0,25	0,7
	45	0,1	0,2
Вариант 2	85	0,4	0,2
	65	0,1	0,45
	45	0,5	0,6
Вариант 2	85	0,5	0,15
	65	0,25	0,65
	45	0,25	0,2

## 3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Для каких целей проводится оценка сложных систем?
2. Каковы основные этапы оценивания сложных систем?

3. Какой вид имеет критерий оптимальности?
4. .Что такое функция полезности?
5. Как осуществляется оценка сложных систем в условиях риска на основе функции полезности?
6. Каким образом определяется математическое ожидание при исходах с непрерывными значениями показателей?

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем. — Электрон. текст. дан. — М. : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. — Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/52188>. — ЭБС «IPRbooks», по паролю.
2. Теория информационных процессов и систем : Учебник / Под ред. Б.Я. Советова. — М. : Академия, 2011.
3. Смоленцев В.П. Управление системами и процессами : Учебник. — М. : Академия, 2010.

## **Практическое занятие №8. Оценивание сложных систем в условиях неопределенности**

**Цель занятия:** изучение основных положений теории принятия решений в условиях неопределенности.

**Актуальность темы занятия:** теория принятия решений широко применяется при анализе систем в условиях неопределенности. Владение методологией принятия управленческих решений обязательно для специалиста в области автоматизации.

### **1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

Специфические черты организационно-технических систем часто не позволяют свести операции, проводимые этими системами, к детерминированным или вероятностным. К таким чертам относятся:

1. Наличие в управляемой системе в качестве элементов (подсистем) целенаправленных индивидуумов и наличие в системе управления лица принимающего решения (ЛПР), осуществляющих управление на основе субъективных моделей, что и приводит к большому разнообразию поведения системы в целом.

2. Алгоритм управления часто строит сама система управления, преследуя помимо предъявляемых старшей системой целей собственные цели, не всегда совпадающие с внешними.

3. На этапе оценки ситуации в ряде случаев исходят не из фактической ситуации, а из той модели, которой пользуется ЛПР при управлении объектом.

4. В процессе принятия решения большую роль играют логические рассуждения ЛПР, не поддающиеся формализации классическими методами математики.

5. При выборе управляющего воздействия ЛПР может оперировать нечеткими понятиями, отношениями и высказываниями.

6. В большом классе задач управления организационно-техническими системами отсутствуют объективные критерии оценивания достижения целевого и текущего состояний объекта управления, а также статистика, достаточная для построения соответствующих вероятностных распределений (законов распределения исходов операций) для конкретного принятого решения.

Таким образом, несводимость операций, проводимых сложными организационно-техническими системами к детерминированным или вероятностным, не позволяет использовать для их оценки детерминистские и вероятностные критерии.

Условия оценки эффективности систем для неопределенных операций можно представить в виде табл. 1, в которой обозначены:  $a_i, i = 1 \dots m$  — вектор управляемых параметров, определяющий свойства системы;  $b_j, j = 1 \dots n$  — вектор неуправляемых параметров, определяющий состояние обстановки;  $k_{ij}$  — значение эффективности системы  $a_i$  для состояния обстановки  $b_j$ ;  $K(a_j)$  — эффективность системы  $a_i$ .

Таблица 1

$a_i$	$b_j$				$K(a_i)$
	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	
$a_1$	$k_{11}$	$k_{12}$	...	$k_{1n}$	
$a_2$	$k_{21}$	$k_{22}$	...	$k_{2n}$	
...	...	...	...	...	...
$a_m$	$k_{m1}$	$k_{m2}$	...	$k_{mn}$	

Каждая строка таблицы содержит значения эффективности одной системы для всех состояний обстановки  $b_j$ , а каждый столбец — значения эффективности для всех систем  $a_i$  при одном и том же состоянии обстановки. В случае задания состояний обстановки одним параметром матрица эффективности может быть представлена диаграммой (рис. 1).

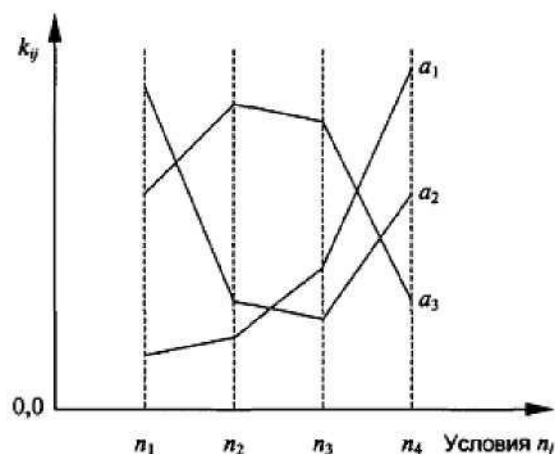


Рисунок 1 — Диаграмма эффективности систем  $a_i$  для условий  $b_j$

В неопределенной операции могут быть известны множество состояний обстановки и эффективность систем для каждой из них, но нет данных, с какой вероятностью может появиться то или иное состояние.

В зависимости от характера неопределенности операции могут делиться на игровые и статистически неопределенные. В игровых операциях неопределенность вносит своими сознательными действиями противник. Для исследования игровых операций используется теория игр. Условия статистически неопределенных операций зависят от объективной действительности, называемой природой. Природа рассматривается как незаинтересованная, безразличная к операции сторона (она пассивна по отношению к лицу, принимающему решение). Такие операции могут исследоваться с применением теории статистических решений.

Если операция, проводимая системой, уникальна, то для разрешения неопределенности при оценке систем используются субъективные предпочтения ЛПР.

В зависимости от характера предпочтений ЛПР наиболее часто в неопределенных операциях используются следующие критерии.

## 1. Критерий среднего выигрыша

Данный критерий предполагает задание вероятностей состояний обстановки  $p_j$ .

Эффективность систем оценивается как среднее ожидаемое значение (математическое ожидание) оценок эффективности по всем состояниям обстановки

$$K(a_i) = \sum_{j=1}^n p_j k_{ij}, i = 1 \dots m.$$

Оптимальной системе будет соответствовать эффективность

$$K_{\text{опт}} = \max_i K(a_i), i = 1 \dots m.$$

Для применения критерия среднего выигрыша необходимо, по существу, перевод операции из неопределенной в вероятностную, причем произвольным образом.

## 2. Критерий Лапласа

В основе критерия лежит предположение: поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными. Исходя из этого

$$K(a_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n k_{ij}, i = 1 \dots m,$$

$$K_{\text{опт}} = \max_i K(a_i), i = 1 \dots m.$$

## 3. Критерий осторожного наблюдателя (Вальда)

Это *максиминный критерий*, он гарантирует определенный выигрыш при наихудших условиях. Критерий основывается на том, что, если состояние обстановки неизвестно, нужно поступать самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.



В каждой строке матрицы эффективности находится минимальная из оценок систем по различным состояниям обстановки. Оптимальной считается система из строки с максимальным значением эффективности

$$K(a_i) = \min_j k_{ij}, j = 1 \dots n, i = 1 \dots m,$$
$$K_{\text{опт}} = \max_i K(a_i), i = 1 \dots m.$$

Максиминный критерий ориентирует на решение, не содержащее элементов риска: при любом из возможных состояний обстановки выбранная система покажет результат операции не хуже найденного максимина. Такая осторожность является в ряде случаев недостатком критерия. Другой недостаток — он не удовлетворяет требованию — добавление постоянного числа к каждому элементу столбца матрицы эффективности влияет на выбор системы.

#### 4. Критерий максимакса

Этим критерием предписывается оценивать системы по максимальному значению эффективности и выбирать в качестве оптимального решения систему, обладающую эффективностью с наибольшим из максимумов

$$K(a_i) = \max_j k_{ij}, j = 1 \dots n, i = 1 \dots m,$$
$$K_{\text{опт}} = \max_i K(a_i), i = 1 \dots m.$$

Критерий максимакса — самый оптимистический критерий. Те, кто предпочитает им пользоваться, всегда надеются на лучшее состояние обстановки и, естественно, в большой степени рискуют.

#### 5. Критерий пессимизма-оптимизма (Гурвица)

Это критерий обобщенного максимина. Согласно данному критерию при оценке и выборе систем неразумно проявлять как осторожность, так и азарт, а следует, учитывая самое высокое и самое низкое значения эффективности, занимать промежуточную позицию (взвешиваются наихудшие и наилучшие условия). Для этого вводится коэффициент оптимизма  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), характеризующий отношение к риску лица, принимающего решение. Эффективность систем находится как взвешенная с помощью коэффициента  $\alpha$  сумма максимальной и минимальной оценок

$$K(a_i) = \alpha \max_j k_{ij} + (1 - \alpha) \min_j k_{ij},$$

$$j = 1 \dots n, i = 1 \dots m, 0 \leq \alpha \leq 1.$$

Условие оптимальности записывается в виде

$$K_{\text{опт}} = \max_i K(a_i), i = 1 \dots m.$$

При  $\alpha = 0$  критерий Гурвица сводится к критерию максимина, при  $\alpha = 1$  — к критерию максимакса. Значение  $\alpha$  может определяться методом экспертных оценок. Очевидно, что, чем опаснее оцениваемая ситуация, тем ближе величина  $\alpha$  должна быть к единице, когда гарантируется наибольший из минимальных выигрышей или наименьший из максимальных рисков. На практике пользуются значениями коэффициента  $\alpha$  в пределах 0,3-0,7.

## 6. Критерий минимального риска (Сэвиджа)

Минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска). Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце

$$\Delta k_{ij} = \max_i k_{ij} - k_{ij}, j = 1 \dots n, i = 1 \dots m.$$

После преобразования матрицы используется критерий минимакса

$$K(a_i) = \max_j \Delta k_{ij}, j = 1 \dots n, i = 1 \dots m,$$

$$K_{\text{опт}} = \min_i K(a_i), i = 1 \dots m.$$

О критерии Сэвиджа можно сказать, что он, как и критерий Вальда, относится к числу осторожных критериев. По сравнению с критерием Вальда в нем придается несколько большее значение выигрышу, чем проигрышу.

**Пример 1.** Необходимо оценить один из трех разрабатываемых программных продуктов для борьбы с одним из четырех типов программных воздействий. Матрица эффективности представлена в таблице. Здесь  $a_i, i = 1 \dots 3$  —  $i$ -й программный продукт;  $b_j, j = 1 \dots 4$  —  $j$ -е программное воздействие;  $k_{ij}$  — оценка эффективности применения  $i$ -го программного продукта при  $j$ -м программном воздействии.

Таблица 1 — Матрица эффективности

$a_i$	$b_j$			
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	0,1	0,5	0,1	0,2
$a_2$	0,2	0,3	0,2	0,4
$a_3$	0,1	0,4	0,4	0,3

### **Критерий среднего выигрыша**

Зададимся вероятностями применения противником программных воздействий:  $p_1 = 0,4$ ;  $p_2 = 0,2$ ;  $p_3 = 0,1$ ;  $p_4 = 0,3$ . Получим следующие оценки систем

$$K(a_1) = 0,4 \times 0,1 + 0,2 \times 0,5 + 0,1 \times 0,1 + 0,3 \times 0,2 = 0,21;$$

$$K(a_2) = 0,4 \times 0,2 + 0,2 \times 0,3 + 0,1 \times 0,2 + 0,3 \times 0,4 = 0,28;$$

$$K(a_3) = 0,4 \times 0,1 + 0,2 \times 0,4 + 0,1 \times 0,4 + 0,3 \times 0,3 = 0,25.$$

*Оптимальное решение — система  $a_2$ .*

### ***Критерий Лапласа***

$$K(a_1) = \frac{1}{4}(0,1 + 0,5 + 0,1 + 0,2) = 0,225;$$

$$K(a_2) = \frac{1}{4}(0,2 + 0,3 + 0,2 + 0,4) = 0,275;$$

$$K(a_3) = \frac{1}{4}(0,1 + 0,4 + 0,4 + 0,3) = 0,300.$$

*Оптимальное решение — система  $a_3$ .*

### ***Критерий осторожного наблюдателя (Вальда)***

$$K(a_1) = \min(0,1; 0,5; 0,1; 0,2) = 0,1;$$

$$K(a_2) = \min(0,2; 0,3; 0,2; 0,4) = 0,2;$$

$$K(a_3) = \min(0,1; 0,4; 0,4; 0,3) = 0,1.$$

*Оптимальное решение — система  $a_2$ .*

### ***Критерий максимакса***

$$K(a_1) = \max(0,1; 0,5; 0,1; 0,2) = 0,5;$$

$$K(a_2) = \max(0,2; 0,3; 0,2; 0,4) = 0,4;$$

$$K(a_3) = \max(0,1; 0,4; 0,4; 0,3) = 0,4.$$

*Оптимальное решение — система  $a_1$ .*

### ***Критерий пессимизма-оптимизма (Гурвица)***

*Коэффициент оптимизма  $\alpha = 0,6$ .*

$$K(a_1) = 0,6 \times \max(0,1; 0,5; 0,1; 0,2) + \\ + 0,4 \times \min(0,1; 0,5; 0,1; 0,2) = 0,34;$$

$$K(a_2) = 0,6 \times \max(0,2; 0,3; 0,2; 0,4) + \\ + 0,4 \times \min(0,2; 0,3; 0,2; 0,4) = 0,32;$$

$$K(a_3) = 0,6 \times \max(0,1; 0,4; 0,4; 0,3) + \\ + 0,4 \times \min(0,1; 0,4; 0,4; 0,3) = 0,28.$$

*Оптимальное решение — система  $a_1$ .*

### **Критерий минимального риска (Сэвиджа)**

*Матрице эффективности будет соответствовать следующая матрица потерь.*

*Таблица 2 — Матрица потерь*

$a_i$	$b_j$			
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	0,1	0,0	0,3	0,2
$a_2$	0,0	0,0	0,2	0,0
$a_3$	0,1	0,1	0,0	0,1

*Тогда*

$$K(a_1) = \max(0,1; 0,0; 0,3; 0,2) = 0,3;$$

$$K(a_2) = \max(0,0; 0,0; 0,2; 0,0) = 0,2;$$

$$K(a_3) = \max(0,1; 0,1; 0,0; 0,1) = 0,1.$$

*Оптимальное решение — система  $a_3$ . Критерий минимального риска отражает сожаление по поводу того, что выбранная система не оказалась наилучшей при определенном состоянии обстановки. Так, если произвести выбор системы  $a_1$ , а состояние обстановки в действительности  $b_3$ , то сожаление, что не выбрана наилучшая из систем ( $a_3$ ), составит 0,3.*

Таким образом, эффективность систем в неопределенных операциях может оцениваться по целому ряду критериев. На выбор того или иного критерия оказывает влияние ряд факторов:

- природа конкретной операции и ее цель (в одних операциях допустим риск, в других — нужен гарантированный результат);
- причины неопределенности (одно дело, когда неопределенность является случайным результатом действия объективных законов природы, и другое, когда она вызывается действиями разумного противника, стремящегося помешать в достижении цели);

- характер лица, принимающего решение (одни люди склонны к риску в надежде добиться большего успеха, другие предпочитают действовать всегда осторожно).

Выбор какого-то одного критерия приводит к принятию решения по оценке систем, которое может быть совершенно отличным от решений, диктуемых другими критериями.

*Пример 2.* Сводные результаты оценки эффективности системы из примера 1 по рассмотренным критериям приведены в таблице (выделены оптимальные варианты системы).

Таблица 3 — Сводные результаты оценки эффективности

$a_i$	$b_j$				$K(a_i)$ по критериям					
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	1	2	3	4	5	6
$a_1$	0,1	0,5	0,1	0,2	0,21	0,225	0,1	0,5	0,34	0,3
$a_2$	0,2	0,3	0,2	0,4	0,28	0,275	0,2	0,4	0,32	0,2
$a_3$	0,1	0,4	0,4	0,3	0,25	0,300	0,1	0,4	0,28	0,1

Тип критерия для выбора рационального варианта должен быть оговорен на этапе анализа систем, согласован с заказывающей организацией и в последующих задачах синтеза информационных и других сложных систем предполагается заданным. Процесс выбора вида критерия для учета неопределенности достаточно сложен. Устойчивость выбранного рационального варианта можно оценить на основе анализа по нескольким критериям. Если существует совпадение, то имеется большая уверенность в правильности выбора варианта.

Особенностью мажоритарной обработки является опасность выбора системы, не являющейся лучшей, на основе многоэтапного выбора при группировке альтернатив в коалиции.

Такая ситуация отражена на рис. 2, где 8 из 27 систем по разным критериям были оценены как худшие. Однако при группировке в коалиции и организации двухэтапной процедуры мажоритарной обработки в качестве лучшей была выбрана одна из худших систем.

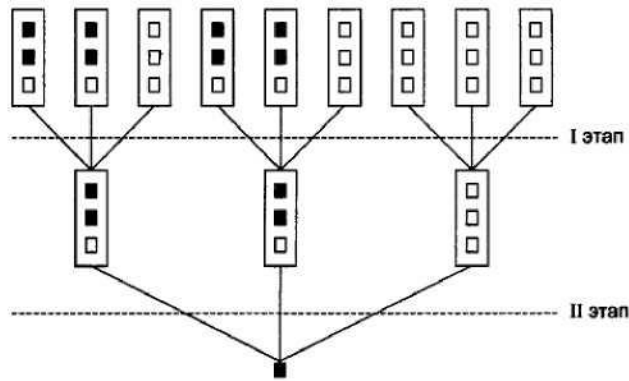


Рисунок 2 — К угрозе мажоритарного выбора худшей системы на основе коалиций: ■ — худшая  $i$ -я система; □ — лучшая  $i$ -я система

В любом случае при выделении множества предпочтительных систем по разным критериям окончательный выбор системы должен осуществляться лицом, принимающим решение. При этом в операциях, которым в зависимости от характера соответствует либо пороговая, либо монотонная функция полезности, эффективность систем правомочно оценивать непосредственно по показателям исходов. Для детерминированных операций критерием эффективности будет служить сам показатель, для вероятностных — либо вероятность получения допустимого значения показателя (при пороговой функции полезности), либо математическое ожидание значения показателя (при линейной функции полезности).

Оценка эффективности систем на основе показателей исходов в других случаях может приводить к неправильному выбору, поэтому переход к оценке эффективности систем без введения функции полезности должен всегда сопровождаться обоснованием.

## 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В предложенном варианте задания выбрать оптимальное решение по всем вышеперечисленным критериям. Составить таблицу, подобную табл. 3, и привести рисунок, подобный рис. 2.

**Вариант 1**

$a_i$	$b_j$			
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	0,60	0,10	0,15	0,15
$a_2$	0,40	0,10	0,05	0,45
$a_3$	0,20	0,30	0,40	0,10

**Вариант 2**

$a_i$	$b_j$			
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	0,35	0,20	0,15	0,30
$a_2$	0,55	0,05	0,15	0,25
$a_3$	0,35	0,30	0,20	0,15

**Вариант 3**

$a_i$	$b_j$			
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	0,55	0,05	0,15	0,25
$a_2$	0,60	0,10	0,15	0,15
$a_3$	0,40	0,10	0,05	0,45

**Вариант 4**

$a_i$	$b_j$			
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	0,1	0,5	0,2	0,2
$a_2$	0,2	0,2	0,4	0,2
$a_3$	0,3	0,4	0,1	0,2

**Вариант 5**

$a_i$	$b_j$			
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	0,20	0,20	0,40	0,20
$a_2$	0,35	0,30	0,20	0,15
$a_3$	0,60	0,10	0,15	0,15



### **3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Какие основные критерии используются для оценки сложных систем в условиях неопределенности.
2. Что определяет критерий среднего выигрыша?
3. Что определяет критерий Лапласа?
4. Что определяет критерий осторожного наблюдателя?
5. Что определяет критерий максимакса?
6. Что определяет критерий пессимизма-оптимизма?
7. Что определяет критерий минимального риска?

## ЛИТЕРАТУРА

### Перечень основной литературы:

1. Матвеев А.В. Системный анализ : учебное пособие / Матвеев А.В.. — Омск : Издательство Омского государственного университета, 2019. — 56 с. — ISBN 978-5-7779-2381-3. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/108137.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Диязитдинова А.Р. Общая теория систем и системный анализ / Диязитдинова А.Р., Кордонская И.Б.. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 125 с. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/75394.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

### Перечень дополнительной литературы:

1. Ловцов Д.А. Системный анализ. Ч. 1. Теоретические основы : учебное пособие / Ловцов Д.А.. — Москва : Российский государственный университет правосудия, 2018. — 224 с. — ISBN 978-5-93916-701-7. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/116687.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Королев В.Т. Системный анализ. Логические методы. Часть вторая : учебное пособие / Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.. — Москва : Российский государственный университет правосудия, 2017. — 164 с. — ISBN 978-5-93916-638-6. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74181.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Секлетова Н.Н. Системный анализ и принятие решений : учебное пособие / Секлетова Н.Н., Тучкова А.С.. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 83 с. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/75407.html> (дата обра-

щения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования**

**«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
НЕВИННОМЫССКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИ-  
АЛ)**

Методические указания к самостоятельной работе  
для студентов направления  
15.04.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»  
по дисциплине  
**«ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

Невинномысск, 2024



## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	95
1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ» .....	96
1.1. Подготовка к лекциям.....	98
1.2. Подготовка к практическим занятиям .....	99
1.3. Самостоятельное изучение материала тем .....	101
1.4. Подготовка к экзамену .....	104
2. СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ».....	106
3. ОТЧЕТНОСТЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	118
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА .....	119

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Общая теория динамических систем» ставит своей целью формирование следующих компетенций будущего магистра по направлению подготовки 15.04.04 — Автоматизация технологических процессов и производств.

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-1. Способен участвовать в работах по расчету и проектированию средств и систем автоматизации с использованием современных информационных технологий, методов и средств проектирования	ИД-1 <sub>ПК-1</sub> Применяет современные средства автоматизации проектирования при разработке проектов автоматизированных процессов и производств	Демонстрирует понимание физических, энергетических, информационных и вычислительных процессов при разработке проектов автоматизированных процессов и производств. Выбирает методы расчета и проектирования средств и систем автоматизации.
	ИД-2 <sub>ПК-1</sub> Выполняет работы по расчету и проектированию средств и систем автоматизации.	Демонстрирует умение выполнять работы по расчету и проектированию средств и систем автоматизации
	ИД-3 <sub>ПК-1</sub> Применяет современные информационные технологии, методы и средства проектирования	Использует современные информационные технологии, методы и средства проектирования

Главными задачами дисциплины являются: приобретение и совершенствование навыков системного подхода к решению прикладных задач, формирование взгляда на объекты реального мира как на сложные многокомпо-

нентные системы, допускающие пошаговую декомпозицию и последовательное усложнение методов анализа.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- знать общие принципы системного подхода к анализу систем; основные понятия и закономерности системного анализа; основные способы описания сложных многокомпонентных систем;
- уметь составлять математические модели систем; формулировать и решать с помощью ЭВМ типовые задачи математического моделирования;
- владеть методикой использования философских знаний в профессиональной деятельности; навыками системного подхода к решению прикладных задач; навыками формализованного и неформализованного описания систем.

Методические указания предназначены для выполнения самостоятельной работы по дисциплине «Общая теория динамических систем» с учетом требований ФГОС ВО для направления подготовки 15.04.04 — Автоматизация технологических процессов и производств. Они способствуют лучшему усвоению студентами теоретических положений и обеспечивает приобретение практических навыков по исследованию элементов и систем автоматического регулирования и управления.

## **1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

Самостоятельная работа студентов (далее — СРС) является неотъемлемой составляющей образовательного процесса в Университете и является обязательной для каждого студента. Основная цель СРС — освоение в полном объеме образовательной программы и последовательное формирование компетенций эффективной самостоятельной профессиональной (практической и



научно-теоретической) деятельности. Самостоятельная работа конкретна по своей предметной направленности и сопровождается непрерывным контролем и оценкой ее результатов.

Количество часов, отводимое на самостоятельную работу, определяется учебным планом направления подготовки 15.04.04.

Содержательно самостоятельная работа студентов определяется ФГОС ВО направления подготовки 15.04.04, программой и учебно-методическим комплексом дисциплины «Общая теория динамических систем».

Методика организации самостоятельной работы студентов зависит от структуры, характера и особенностей дисциплины «Общая теория динамических систем», объема часов на ее изучение, вида заданий для СРС, индивидуальных возможностей студентов и условий учебной деятельности.

Формы самостоятельной работы студентов определяются содержанием дисциплины «Общая теория динамических систем», степенью подготовленности студентов. Они могут быть тесно связаны с теоретическим курсом и иметь учебный или учебно-исследовательский характер. Форму самостоятельной работы студентов определяют кафедра ИСЭА при разработке программы дисциплины «Общая теория динамических систем».

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

СРС, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В учебном процессе выделяют аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине «Общая теория динамических систем» выполняется на учебных занятиях (лекциях, практиче-

ских, лабораторных занятиях и консультациях) под руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов выполняется во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве и контроле преподавателя, но без его непосредственного участия. СРС включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекционным и практическим) и выполнение соответствующих заданий;
- работу над отдельными темами учебных дисциплин (модулей) в соответствии с учебно-тематическими планами;
- выполнение контрольных работ;
- подготовку ко всем видам промежуточных и итоговых контрольных испытаний.

### **1.1. Подготовка к лекциям**

Главное в период подготовки к лекционным занятиям — научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невы-

полненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Слушание и запись лекций — сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях.

Конспект лекций лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

## **1.2. Подготовка к практическим занятиям**

Подготовку к каждому практическому занятию студент должен начать с ознакомления с методическими указаниями, которые включают содержание

работы. Тщательное продумывание и изучение вопросов основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованную к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме и по возможности подготовить по нему презентацию.

Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы практическое занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/или выступление с презентациями по выбранной проблеме.
3. Обсуждение выступлений по теме — дискуссия.
4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания.
5. Подведение итогов занятия.

Первая часть — обсуждение теоретических вопросов — проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 15 минут. Вторая часть — выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления

наглядности восприятия, по одному из вопросов практического занятия. Обязательный элемент доклада — представление и анализ статистических данных, обоснование социальных последствий любого экономического факта, явления или процесса. Примерная продолжительность — 20-25 минут. После докладов следует их обсуждение — дискуссия. В ходе этого этапа практического занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность — до 15-20 минут. Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Подведением итогов заканчивается практическое занятие.

В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

### **1.3. Самостоятельное изучение материала тем**

Конспект — наиболее совершенная и наиболее сложная форма записи. Слово «конспект» происходит от латинского «conspicere», что означает «об-

зор, изложение». В правильно составленном конспекте обычно выделено самое основное в изучаемом тексте, сосредоточено внимание на наиболее существенном, в кратких и четких формулировках обобщены важные теоретические положения.

Конспект представляет собой относительно подробное, последовательное изложение содержания прочитанного. На первых порах целесообразно в записях ближе держаться тексту, прибегая зачастую к прямому цитированию автора. В дальнейшем, по мере выработки навыков конспектирования, записи будут носить более свободный и сжатый характер.

Конспект книги обычно ведется в тетради. В самом начале конспекта указывается фамилия автора, полное название произведения, издательство, год и место издания. При цитировании обязательная ссылка на страницу книги. Если цитата взята из собрания сочинений, то необходимо указать соответствующий том. Следует помнить, что четкая ссылка на источник — неперемutable правило конспектирования. Если конспектируется статья, то указывается, где и когда она была напечатана.

Конспект подразделяется на части в соответствии с заранее продуманным планом. Пункты плана записываются в тексте или на полях конспекта. Писать его рекомендуется четко и разборчиво, так как небрежная запись с течением времени становится малопонятной для ее автора. Существует правило: конспект, составленный для себя, должен быть по возможности написан так, чтобы его легко прочитал и кто-либо другой.

Формы конспекта могут быть разными и зависят от его целевого назначения (изучение материала в целом или под определенным углом зрения, подготовка к докладу, выступлению на занятии и т.д.), а также от характера произведения (монография, статья, документ и т.п.). Если речь идет просто об изложении содержания работы, текст конспекта может быть сплошным, с выделением особо важных положений подчеркиванием или различными значками.

В случае, когда не ограничиваются переложением содержания, а фиксируют в конспекте и свои собственные суждения по данному вопросу или дополняют конспект соответствующими материалами их других источников, следует отводить место для такого рода записей. Рекомендуется разделить страницы тетради пополам по вертикали и в левой части вести конспект произведения, а в правой свои дополнительные записи, совмещая их по содержанию.

Конспектирование в большей мере, чем другие виды записей, помогает вырабатывать навыки правильного изложения в письменной форме важные теоретических и практических вопросов, умение четко их формулировать и ясно излагать своими словами.

Таким образом, составление конспекта требует вдумчивой работы, затраты времени и труда. Зато во время конспектирования приобретаются знания, создается фонд записей.

Конспект может быть текстуальным или тематическим. В текстуальном конспекте сохраняется логика и структура изучаемого произведения, а запись ведется в соответствии с расположением материала в книге. За основу тематического конспекта берется не план произведения, а содержание какой-либо темы или проблемы.

Текстуальный конспект желательно начинать после того, как вся книга прочитана и продумана, но это, к сожалению, не всегда возможно. В первую очередь необходимо составить план произведения письменно или мысленно, поскольку в соответствии с этим планом строится дальнейшая работа. Конспект включает в себя тезисы, которые составляют его основу. Но, в отличие от тезисов, конспект содержит краткую запись не только выводов, но и доказательств, вплоть до фактического материала. Иначе говоря, конспект — это расширенные тезисы, дополненные рассуждениями и доказательствами, мыслями и соображениями составителя записи.

Как правило, конспект включает в себя и выписки, но в него могут войти отдельные места, цитируемые дословно, а также факты, примеры, цифры,

таблицы и схемы, взятые из книги. Следует помнить, что работа над конспектом только тогда будет творческой, когда она не ограничена текстом изучаемого произведения. Нужно дополнять конспект данными из других источников.

В конспекте необходимо выделять отдельные места текста в зависимости от их значимости. Можно пользоваться различными способами: подчеркиваниями, вопросительными и восклицательными знаками, репликами, краткими оценками, писать на полях своих конспектов слова: «важно», «очень важно», «верно», «характерно».

В конспект могут помещаться диаграммы, схемы, таблицы, которые придадут ему наглядность.

Составлению тематического конспекта предшествует тщательное изучение всей литературы, подобранной для раскрытия данной темы. Бывает, что какая-либо тема рассматривается в нескольких главах или в разных местах книги. А в конспекте весь материал, относящийся к теме, будет сосредоточен в одном месте. В плане конспекта рекомендуется делать пометки, к каким источникам (вплоть до страницы) придется обратиться для раскрытия вопросов. Тематический конспект составляется обычно для того, чтобы глубже изучить определенный вопрос, подготовиться к докладу, лекции или выступлению на семинарском занятии. Такой конспект по содержанию приближается к реферату, докладу по избранной теме, особенно если включает и собственный вклад в изучение проблемы.

#### **1.4. Подготовка к экзамену**

Экзаменационная сессия — очень тяжелый период работы для студентов и ответственный труд для преподавателей. Главная задача экзаменов — проверка качества усвоения содержания дисциплины.

На основе такой проверки оценивается учебная работа не только студентов, но и преподавателей: по результатам экзаменов можно судить и о



качестве всего учебного процесса. При подготовке к экзамену студенты повторяют материал курсов, которые они слушали и изучали в течение семестра, обобщают полученные знания, выделяют главное в предмете, воспроизводят общую картину для того, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программы курса и конспект, которые указывают, что в курсе наиболее важно. Основной материал должен прорабатываться по учебнику, поскольку конспекта недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть проработан в течение семестра, а перед экзаменом важно сосредоточить внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением в памяти его краткого содержания в логической последовательности.

До экзамена обычно проводится консультация, но она не может возместить отсутствия систематической работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает лишь ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы. Польза от консультации будет только в том случае, если студент до нее проработает весь материал. Надо учиться задавать вопросы, вырабатывать привычку пользоваться справочниками, энциклопедиями, а не быть на иждивении у преподавателей, который не всегда может тут же, «с ходу» назвать какой-либо факт, имя, событие. На экзамене нужно показать не только знание предмета, но и умение логически связно построить устный ответ.

Получив билет, надо вдуматься в поставленные вопросы для того, чтобы правильно понять их. Нередко студент отвечает не на тот вопрос, который поставлен, или в простом вопросе ищет скрытого смысла. Не поняв вопроса и не обдумав план ответа, не следует начинать писать. Конспект своего ответа надо рассматривать как план краткого сообщения на данную тему и составлять ответ нужно кратко. При этом необходимо показать умение выражать мысль четко и доходчиво.

Отвечать нужно спокойно, четко, продуманно, без торопливости, придерживаясь записи своего ответа. На экзаменах студент показывает не только свои знания, но и учится владеть собой. После ответа на билет могут следовать вопросы, которые имеют целью выяснить понимание других разделов курса, не вошедших в билет. Как правило, на них можно ответить кратко, достаточно показать знание сути вопроса. Часто студенты при ответе на дополнительные вопросы проявляют поспешность: не поняв смысла того, что у них спрашивают, начинают отвечать и нередко говорят не по сути.

Следует помнить, что необходимым условием правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, поэтому подготовка к экзаменам не должна быть в ущерб сну. Установлено, что сильное эмоциональное напряжение во время экзаменов неблагоприятно отражается на нервной системе и многие студенты из-за волнений не спят ночи перед экзаменами. Обычно в сессию студенту не до болезни, так как весь организм озабочен одним — сдать экзамены. Но это еще не значит, что последствия неправильно организованного труда и чрезмерной занятости не скажутся потом. Поэтому каждый студент помнить о важности рационального распорядка рабочего дня и о своевременности снятия или уменьшения умственного напряжения.

## **2. СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

### **Вопросы для собеседования**

Тема 1. Системный анализ и его место в системе научных направлений

1. Тенденции развития общества, появление сложных систем и задач с большой неопределенностью.
2. Системный анализ, его особенности, этапы проведения.

3. Сущность управления сложными системами, этапы цикла управления.
4. Особенности сложных систем.
5. Области применения системного анализа.
6. Пути совершенствования управления.
7. Последовательность принятия решения при управлении сложной системой.

## Тема 2. Основы теории систем

1. Система и ее свойства.
2. Внешняя среда, виды сред, сложность среды.
3. Подсистема, компонент и элемент.
4. Связь.
5. Цель.
6. Наблюдатель.
7. Состояние.
8. Поведение.
9. Развитие.
10. Равновесие.
11. Устойчивость, виды систем с точки зрения устойчивости.
12. Открытость, виды проницаемости систем.
13. Величина.
14. Разнообразие, его уровни.
15. Сложность.
16. Организованность.
17. Диалектическое единство субъективного и объективного в понятии «система».
18. Размытость границы «система-среда».
19. Принцип относительности при выделении элементов системы.
20. Классификация связей.

21. Противоречивость понятия «цель».
22. Возможные положения наблюдателя.
23. Способы задания состояния системы.
24. Способы задания поведения системы.
25. Переходные процессы.
26. Целеобразование в закрытых и открытых системах.
27. Причины роста разнообразия систем.
28. Уровни сложности систем.
29. Уровни организованности систем.
30. Понятие о структуре системы, способы задания структуры.
31. Одноуровневая структура с произвольными связями и сетевая структура.
32. Иерархическая структура с сильными и слабыми связями.
33. Смешанная иерархическая структура с вертикальными и горизонтальными связями.
34. Инвариантность структурных связей.
35. Смешанная иерархическая структура с вертикальными и горизонтальными связями.
36. Многоэшелонная структура и ее особенности.
37. Представление структуры системы семейством моделей (стратификация) и семейством слоев.
38. Целостность (эмерджентность), проявление целостности.
39. Интегративность.
40. Коммуникативность.
41. Иерархичность, ее проявления.
42. Эквивинальность.
43. Необходимое разнообразие.
44. Закономерности потенциальной эффективности.
45. Историчность.
46. Самоорганизация.

47. Зависимость представления о цели и ее формулировки от стадии познания системы.
48. Зависимость цели от внутренних и внешних факторов.
49. Возможность представления глобальной цели в виде структуры целей.
50. Проявление в структуре целей целостности на каждом уровне иерархии.
51. Сравнительная оценка целостности.
52. Особенности иерархической взаимосвязи.
53. Использование закономерности необходимого разнообразия в управлении.
54. Стадии развития систем.
55. Противоречие энтропийных и негэнтропийных тенденций.
56. Зависимость способа представления структуры цели от стадии познания системы, виды и формы представления структур целей (сетевая структура или сеть, иерархическая структура, страты и эшелоны).

### Тема 3. Описание систем

1. Общеалгебраические методы, область применения, способ отображения свойств системы, понятийный аппарат, достоинства и недостатки.
2. Статистические методы, область применения, способ отображения свойств системы, понятийный аппарат, достоинства и недостатки.
3. Логические методы, область применения, способ отображения свойств системы, понятийный аппарат, достоинства и недостатки.
4. Теоретико-множественные методы, область применения, способ отображения свойств системы, понятийный аппарат, достоинства и недостатки.

5. Лингвистические методы, область применения, способ отображения свойств системы, понятийный аппарат, достоинства и недостатки.
6. Графические и графоаналитические методы, область применения, способ отображения свойств системы, понятийный аппарат, достоинства и недостатки.
7. Оценка систем в условиях определенности. Аналитическое оценивание вариантов системы.
8. Выбор наилучшего варианта с использованием методов векторной оптимизации путем решения задачи математического программирования без ограничений.
9. Выбор наилучшего варианта с использованием методов векторной оптимизации путем решения задачи математического программирования с ограничениями.
10. Оценка систем в условиях риска. Аналитическое оценивание вариантов системы.
11. Выбор наилучшего варианта с использованием методов теории вероятностей.
12. Выбор наилучшего варианта с использованием функции полезности.
13. Оценка систем в условиях неопределенности. Аналитическое оценивание вариантов системы.
14. Выбор наилучшего варианта с использованием экспертных оценок и усредняющих критериев.
15. Выбор наилучшего варианта с использованием экспертных оценок и минимаксных критериев.
16. Для каких целей проводится оценка сложных систем? Каковы основные этапы оценивания сложных систем?
17. В чем разница между количественными и качественными методами оценивания систем?

18. Какие качественные методы оценивания систем чаще всего применяются?
19. В чем заключается метод типа «мозговая атака» или «коллективная генерация идей»?
20. Какие методы относятся к методам типа сценариев? Где на практике применяются эти методы?
21. Какие методы относятся к методам экспертных оценок? Какие из них чаще всего используются?
22. В чем состоят особенности метода Черчмена-Акоффа?
23. В чем заключается метод фон Неймана-Моргенштерна?
24. Какие методы относятся к методам типа Дельфи? В чем заключается процедура этого метода? Каковы недостатки этого метода?
25. В чем заключается основная идея морфологических методов?
26. Какие методы морфологического исследования Вы знаете? Где применяются эти методы?
27. Какие основные методы количественной оценки систем Вы знаете?
28. Как производится оценка сложных систем на основе теории полезности?
29. В чем заключается сущность методов векторной оптимизации? Какие методы решения задач векторной оптимизации Вы знаете?
30. Как осуществляется оценка сложных систем в условиях риска на основе функции полезности?
31. Что лежит в основе метода ситуационного управления?
32. Какие основные этапы оценки системы на основе этого метода можно выделить?

### **Критерии оценивания компетенций**

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходи-

мыми навыками и приемами их выполнения. Допускаются некоторые неточности, недостаточно правильные формулировки в изложении программного материала, затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические задания.

## Вопросы к экзамену

Вопросы (задача, задание) для проверки уровня обученности

1. Основные задачи теории систем.
2. Особенности сложных систем.
3. Применение системного анализа при управлении сложными системами.
4. Терминология теории систем: система и внешняя среда; элемент и подсистема; связь; цель; наблюдатель.
5. Терминология теории систем: состояние, поведение и развитие; равновесие и устойчивость.
6. Терминология теории систем: величина и сложность; разнообразие и организованность.
7. Структура систем. Способы задания. Виды структур.
8. Описание структуры сложных систем.
9. Закономерности взаимодействия части и целого.
10. Закономерности осуществимости систем.
11. Закономерности функционирования и развития.
12. Закономерности целеобразования.
13. Общеалгебраические методы описания систем.
14. Статистические методы описания систем.
15. Логические методы описания систем.



16. Теоретико-множественные методы описания систем.
17. Лингвистические методы описания систем.
18. Графоаналитические методы описания систем.
19. Методы мозговой атаки.
20. Методы сценариев.
21. Методы дерева целей.
22. Методы экспертных оценок.
23. Методы Дельфи.
24. Морфологические методы.
25. Оценивание сложных систем в условиях определенности.
26. Оценивание сложных систем в условиях неопределенности.
27. Оценивание сложных систем на основе теории полезности.

### **Критерии оценивания компетенций**

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической

последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

## **Компетентностно-ориентированные задания и задачи**

### **ЗАДАЧА 1**

#### **Классификация систем**

Провести классификацию систем (одной технической и одной социально-экономической). Провести описание систем, приводя полные ответы на следующие пункты:

- основные цели функционирования системы;
- анализ системы по всем основным признакам;
- оценка полезности (потребности) системы для общества (человека).

### **ЗАДАЧА 2**

#### **Исследование систем в условиях определенности**

1) Для приготовления комбикорма предприятие может закупить зерно трех сортов, отличающихся друг от друга содержанием питательных компонентов. Для обеспечения нормального питания животных в течение планируемого периода комбикорм должен содержать не менее  $B_j$  единиц питательного компонента  $j$  типа ( $j = 1, n$ ). Одна тонна зерна  $i$ -го сорта стоит  $R_i$  рублей и содержит  $a_{ij}$  долей питательного компонента  $j$ -го типа. Складские помещения позволяют хранить не более  $A$  тонн зерна. Определить какое минимальное количество средств должен вложить колхоз в закупку зерна, чтобы обеспечить заданную питательность комбикорма с учетом емкости складских помещений. Сколько зерна каждого сорта необходимо закупить?

2) Решить задач линейного программирования общего вида графическим способом, затем от исходной ЗЛП перейти к двойственной, решить ее симплекс-методом и по решению двойственной задачи найти решение исходной.

3) Найти решение транспортной задачи линейного программирования по критерию стоимости методом потенциалов.

4) Определить целевую функцию системы при условии, что при строительстве нового помещения временного хранения было установлено, что необходимо иметь по меньшей мере  $N_1$  малых (площадью  $S_1 \text{ м}^2$ ),  $N_2$  средних (площадью  $S_2 \text{ м}^2$ ) и  $N_3$  больших (площадью  $S_3 \text{ м}^2$ ) помещений. При этом общий объем вновь создаваемых помещений не должен быть меньше  $S \text{ м}^2$ . По расчетам, ожидаемые затраты на строительство:  $M_1$  тыс. руб. — для каждого малого,  $M_2$  тыс. руб. — для каждого среднего и  $M_3$  тыс. руб. — для каждого большого помещения. Строительная компания хотела бы ограничить расходы, связанные со строительством, суммой в  $M$  тыс. руб.

5) Для выбранной работы методикой составить сетевой график, рассчитать его характеристики и оптимизировать.

6) Найти оптимальное решение задачи о капиталовложениях. Автомобиль эксплуатируется в течение 7 лет. В начале каждого года может быть принято решение о замене машины новой. Стоимость новой машины 12 тыс. руб. После  $t$  лет эксплуатации автомашину можно продать по цене  $12/2^t$ . Стоимость содержания автомобиля в течение  $t$ -го года равна  $1.2(t + 1)$  тыс. руб. Найти, когда следует заменить машину новой, чтобы суммарные затраты были минимальными.

7) Найти оптимальное решение задачи о капиталовложениях. Фирма должна разработать календарную программу выпуска некоторого изделия на плановый период, состоящий из 5 месяцев. Пусть  $C_t(x_t, i_t)$  — затраты на  $t$  месяц, где  $x_t$  — выпуск продукции в течении  $t$ -го месяца,  $i_t$  — уровень запасов на конец  $t$ -го месяца. Разработать программу, обеспечивающую наибольшую прибыль на плановый период.

### ЗАДАЧА 3

#### Исследование систем в условиях неопределенности

1) В соответствии с теорией полезности оценить ожидаемую полезность действий  $D_1$  (выбрать объект типа  $A$ ) или  $D_2$  (выбран объект типа  $B$ ) и выбрать оптимальное решение. В качестве функции полезности рекомендуется оценить среднюю (ожидаемую) полезность каждого из действий. Построить и свернуть дерево решений.

Формулировка задачи. В наличии имеются  $N_A$  экземпляра объекта типа  $A$  и  $N_B$  экземпляра объекта типа  $B$ . Наугад берется один из объектов. Если играющий угадывает объект типа  $A$ , он получает приз  $P_A$  руб., не угадывает — получает штраф  $S_A$  руб. Если играющий угадывает объект типа  $B$ , он получает приз  $P_B$  руб., не угадывает — получает штраф  $S_B$  руб.

2) Какой из кандидатов  $A$ ,  $B$  или  $C$  выигрывает выборы для заданного распределения голосов по методу Кондорсе и по методу Борда? Привести пояснения.

3) Решить задачу по теории массового обслуживания. Муниципальной власти для очередников района выделяют в среднем 85 квартир в год. Сколько семей в среднем стоит в очереди на получение муниципального жилья в районе, если каждый месяц на учет встают 7 семей.

4) Игра задана платежной матрицей. Используя теорию игр, определить частоты  $p_1$  и  $p_2$  применения стратегий  $A_1$  и  $A_2$  для оптимальной смешанной стратегии игрока  $A$ .

5) Предприниматель построить магазин. Один из возможных вариантов — предусмотреть в нем кафе. В обоих случаях предприниматель оценивает свои шансы на успех как 0,6 и на неудачу как 0,4. Предварительные обсуждения показывают, что план, связанный с кафе, может принести 325 тыс. рублей, без кафе можно заработать 250 тыс. рублей. Потери в случае открытия магазина с кафе составят 70 тыс. рублей, без кафе — 20 тыс. рублей. Перед тем, как

принимать решение, предприниматель должен определить, заказывать ли дополнительное исследование состояния рынка или нет, так как предоставляемая услуга обойдется в 2 тыс. рублей. Относительно фирмы, которой можно заказать прогноз, известно, что она способна уточнить значения вероятностей благоприятного или неблагоприятного исхода. Возможности фирмы в виде условных вероятностей благоприятности и неблагоприятности рынка сбыта представлены в таблице.

Прогноз фирмы	Фактически	
	благоприятный	неблагоприятный
Благоприятный	0,65	0,35
Неблагоприятный	0,40	0,60

Предположим, что фирма, которой заказали прогноз состояния рынка, утверждает:

- ситуация будет благоприятной с вероятностью 0,62;
- ситуация будет неблагоприятной с вероятностью 0,38.

Выберите альтернативу для предпринимателя на основе средней стоимостной ценности в качестве критерия. Чему равно значение ОДО для наилучшей альтернативы?

б) Фирма производит химические реактивы. Один из продуктов, который она предлагает, продается в течение недели в количестве  $N_1$ ,  $N_2$  или  $N_3$  упаковок. Каждая упаковка обходится фирме в  $L$  тыс. рублей. От продажи каждой упаковки фирма получает  $M$  тыс. рублей прибыли. Продукт имеет очень малый срок годности, поэтому, если упаковка не продана к концу недели, она должна быть уничтожена, и фирма теряет  $L$  тыс. рублей. Вероятности продать  $N_1$ ,  $N_2$  или  $N_3$  упаковок в течение недели равны соответственно  $P_1$ ,  $P_2$  или  $P_3$ . Сколько упаковок производить фирме для продажи еженедельно?

### **3. ОТЧЕТНОСТЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Успеваемость студентов по дисциплине оценивается в ходе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация в форме экзамена предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### Перечень основной литературы:

3. Матвеев А.В. Системный анализ : учебное пособие / Матвеев А.В.. — Омск : Издательство Омского государственного университета, 2019. — 56 с. — ISBN 978-5-7779-2381-3. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/108137.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

4. Диязитдинова А.Р. Общая теория систем и системный анализ / Диязитдинова А.Р., Кордонская И.Б.. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 125 с. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/75394.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

### Перечень дополнительной литературы:

4. Ловцов Д.А. Системный анализ. Ч. 1. Теоретические основы : учебное пособие / Ловцов Д.А.. — Москва : Российский государственный университет правосудия, 2018. — 224 с. — ISBN 978-5-93916-701-7. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/116687.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

5. Королев В.Т. Системный анализ. Логические методы. Часть вторая : учебное пособие / Королев В.Т., Ловцов Д.А., Радионов В.В.. — Москва : Российский государственный университет правосудия, 2017. — 164 с. — ISBN 978-5-93916-638-6. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74181.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Секлетова Н.Н. Системный анализ и принятие решений : учебное пособие / Секлетова Н.Н., Тучкова А.С.. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 83 с. —

Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL:  
<https://www.iprbookshop.ru/75407.html> (дата обращения: 23.04.2022). — Режим  
доступа: для авторизир. пользователей.