

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Невинномысский технологический институт (филиал)

Кафедра информационных систем, электропривода и автоматики

УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

методические указания к контрольной работе
для студентов направления подготовки
15.03.04 — Автоматизация технологических процессов и
производств

Невинномысск 2021

Методические указания предназначены для выполнения контрольной работы по дисциплине «Управление системами в условиях неопределенности» для студентов направления подготовки 15.03.04 — Автоматизация технологических процессов и производств. Они составлены в соответствии с требованиями ФГОС ВО направления подготовки бакалавров.

В методических указаниях рассмотрены общие требования к контрольной работе, даны рекомендации по ее подготовке и оформлению и приведены необходимые теоретические сведения.

Составитель *канд. техн. наук, доцент Болдырев Д.В.*

Рецензент *канд. техн. наук, доцент Евдокимов А.А.*

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	5
2. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ И ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	6
3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	7
3.1 Понятие о стохастической идентификации.....	7
3.2 Оптимальный фильтр Винера	10
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	12
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	13
ПРИЛОЖЕНИЕ А	15

ВВЕДЕНИЕ

Для описания поведения систем, на которые влияют случайные помехи, используется достаточно специфический математический аппарат. Без овладения им эффективное моделирование и конструирование систем автоматического управления невозможно.

Дисциплина «Управление системами в условиях неопределенности» ставит своей целью формирование следующих компетенций будущего бакалавра по направлению подготовки 15.03.04 — Автоматизация технологических процессов и производств.

Код	Формулировка
ОПК-4	способностью участвовать в разработке обобщенных вариантов решения проблем, связанных с автоматизацией производств, выборе на основе анализа вариантов оптимального прогнозирования последствий решения;
ПК-1	способностью собирать и анализировать исходные информационные данные для проектирования технологических процессов изготовления продукции, средств и систем автоматизации, контроля, технологического оснащения, диагностики, испытаний, управления процессами, жизненным циклом продукции и ее качеством; участвовать в работах по расчету и проектированию процессов изготовления продукции и указанных средств и систем с использованием современных информационных технологий, методов и средств проектирования

Главными задачами дисциплины являются: усвоение студентами принципов анализа и синтеза систем управления, находящихся под влиянием случайных воздействий, приобретение практических навыков использования методов теории оптимальной фильтрации.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- знать принципы автоматизации производства;
- уметь разрабатывать обобщенные варианты решения проблем, связанных с автоматизацией производства;
- владеть навыками анализа вариантов оптимального прогнозирования последствий принятого решения.

1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа — обязательный вид учебной работы, выполняется студентом в течение учебного года.

Контрольная работа является самостоятельной исследовательской работой студента и представляет собой логически завершенное и оформленное научное исследование с целью формирования у студента навыков научно-исследовательской работы, повышения уровня его профессиональной (теоретической и практической) подготовки, более глубокого усвоения учебной дисциплины, развития умения и интереса к самостоятельной работе с научной и справочной литературой.

Выполнение контрольной работы имеет целью обогащение знаний студентов, обучение методам теоретического анализа явлений и закономерностей науки, выработку навыков применения теоретических знаний к комплексному решению профессиональных задач, использования справочной литературы, методов математической обработки экспериментальных данных, компьютерных технологий.

Целью контрольной работы по дисциплине «Управление системами в условиях неопределенности» является развитие умений и навыков:

- синтезировать оптимальный фильтр Винера;
- обосновывать применяемые решения расчетами, вычислительными экспериментами и результатами моделирования;

- использовать компьютерные технологии и современные прикладные пакеты программ.

В процессе выполнения контрольной работы студентом должны решаться следующие задачи:

- приобретение новых теоретических знаний в соответствии с темой работы и заданием руководителя;
- развитие умений систематизировать, обобщать и логично излагать концепции, альтернативные точки зрения исследуемых проблем;
- развитие учебно-исследовательских и методических умений, необходимых для построения системы научного анализа изучаемого аспекта;
- совершенствование профессиональной подготовки.

2. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ И ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

В расчетно-пояснительную записку контрольной работы входят:

- титульный лист;
- задание;
- содержание;
- подлежащие разработке вопросы расчетно-пояснительной записки;
- заключение;
- список использованных источников.

До выполнения работы необходимо самостоятельно изучить порядок идентификации динамических объектов, находящихся под влиянием случайных воздействий.

При выполнении работы необходимо по данным о спектральной плотности входного сигнала и взаимной спектральной плотно-

сти входного и выходного сигналов идентифицировать объект, синтезировав оптимальный фильтр Винера, и оценить качество полученной динамической модели.

Результаты расчетов должны приводиться как в числовой, так и в графической форме. Адекватность динамической модели достаточно оценить с помощью интегральной оценки квадрата ошибки

$$J = \int_0^{\omega'} [S_{xy}(\omega) - W(j\omega) \cdot S_x(\omega)]^2 d\omega, \quad (2.1)$$

которая должна быть достаточно мала. Верхний предел интегрирования в (2.1) соответствует частоте, при которой значение модуля частной передаточной функции не превышает **5-10%** от его значения при нулевой частоте.

Варианты заданий приведены в приложении А.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

3.1 Понятие о стохастической идентификации

Если выходные сигналы объекта полностью определяются наблюдаемыми входными воздействиями, то для его идентификации достаточно использовать *методы активного эксперимента*. В реальных условиях на значения выходных сигналов влияют неуправляемые и ненаблюдаемые воздействия (шумы). Все ненаблюдаемые помехи, воздействующие на различные части объекта, могут быть приведены к его выходу и представлены в виде аддитивного шума $\xi(t)$ (см. рисунок 3.1).

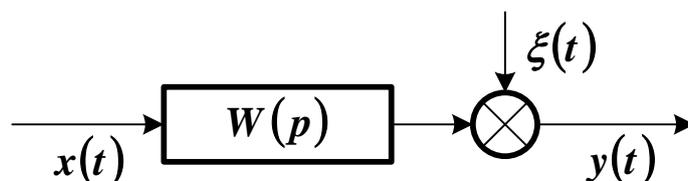


Рисунок 3.1 — Структурная схема модели объекта с операторной передаточной функцией $W(p)$ и аддитивным шумом $\xi(t)$

В результате воздействия случайных помех изменение состояния объекта происходит и в режиме его нормальной эксплуатации. Следовательно, объект может быть идентифицирован по результатам статистической обработки наблюдений его входных и выходных сигналов (или по результатам *пассивного эксперимента*).

Пусть имеется объект с сосредоточенными параметрами, одним входным сигналом $x(t)$ и выходным сигналом $y(t)$, которые являются *стационарными эргодическими случайными процессами* с равными нулю математическими ожиданиями.

Примечание. Случайный процесс $x(t)$ считается **стационарным**, если его математическое ожидание постоянно. Случайный процесс считается **эргодическим**, если его среднее по времени

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int_{-T}^T x(t) dt$$

равно математическому ожиданию.

Чтобы получить уравнение связи между статистическими характеристиками $x(t)$ и $y(t)$, используют их корреляционные функции и спектральные плотности.

Корреляционная функция сигнала $x(t)$ учитывает связь между его значениями в моменты времени, отстоящие на величину τ . Она определяется выражением

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int_{-T}^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt. \quad (3.1)$$

Взаимная корреляционная функция случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$ вычисляется по формуле

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int_{-T}^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt. \quad (3.2)$$

Сигнал на выходе объекта, показанного на рисунке 3.1, находится с помощью формулы свертки

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varpi(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau + \xi(t), \quad (3.3)$$

где $\varpi(\tau)$ — искомая импульсная переходная функция объекта. Умножив левую и правую части (3.3) на $x(t - \tau)$, проинтегрировав их по τ в интервале от $-T$ до T и перейдя к пределу при $T \rightarrow \infty$, по формулам (3.1) и (3.2) получим

$$R_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varpi(\tau) \cdot R_{xx}(t - \tau) d\tau + R_{x\xi}(t). \quad (3.4)$$

Считая, что сигналы $x(t)$ и $\xi(t)$ не коррелированы, и учитывая, что $\varpi(t) = 0$ при отрицательных значениях времени, можно получить **интегральное уравнение Винера-Хопфа**

$$R_{xy}(t) = \int_0^{\infty} \varpi(\tau) \cdot R_{xx}(t - \tau) d\tau. \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5), записанное для дискретных моментов времени t , $\tau = 0, 1, \dots, T$ при достаточно большом T , определит систему

$$\sum_{\tau=0}^T R_{xx}(t - \tau) \varpi(\tau) = R_{xy}(t), \quad t = 0, \dots, n. \quad (3.6)$$

Значения $\varpi(\tau)$, найденные решением (3.6), будут являться лучшими оценками идентифицируемого объекта по критерию минимума среднеквадратичной ошибки модели.

Оценки корреляционных функций (3.1) и (3.2) при достаточно большом T могут быть рассчитаны по формулам

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= \frac{1}{T - \tau} \cdot \sum_{t=0}^{T-\tau} x(t) \cdot x(t + \tau), \\ R_{xy}(\tau) &= \frac{1}{T - \tau} \cdot \sum_{t=0}^{T-\tau} x(t) \cdot y(t + \tau). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Структура системы (3.6) такова, что незначительные ошибки при оценке $R_{xx}(\tau)$ и $R_{xy}(\tau)$ приводят к существенным ошибкам при оценке $\varpi(\tau)$. Поэтому функции, входящие в (3.6), обычно сглаживают.

Выполнив преобразование Фурье над (3.5), получим **частотное уравнение Винера-Хопфа**

$$S_{xy}(j\omega) = W(j\omega) \cdot S_x(\omega), \quad (3.8)$$

где $S_x(\omega)$ — спектральная плотность сигнала $x(t)$, показывающая распределение его энергии по частотному спектру, $S_{xy}(j\omega)$ — взаимная спектральная плотность $x(t)$ и $y(t)$, j — мнимая частота. Искомая частотная передаточная функция объекта $W(j\omega)$ найдется по формуле

$$W(j\omega) = \frac{S_{xy}(j\omega)}{S_x(\omega)}. \quad (3.9)$$

Ошибки ее определения будут велики, если вместо точных значений спектральных плотностей используются их оценки.

Полученное решение может быть физически нереализуемо, поэтому оно обязательно должно быть скорректировано.

3.2 Оптимальный фильтр Винера

Н. Винером была предложена методика нахождения реализуемой частотной передаточной функции объекта — динамической модели, обеспечивающей минимум среднеквадратичной ошибки (**оптимального фильтра Винера**).

Обычно спектральные плотности сигналов представляют в виде дробно-рациональных функций

$$S_x(\omega) = \frac{S_x(\theta)}{1 + T_x^2 \cdot \omega^2}, \quad S_{xy}(\omega) = \frac{S_{xy}(\theta)}{1 + T_{xy}^2 \cdot \omega^2}, \quad (3.10)$$

где $S_x(\theta)$ и $S_{xy}(\theta)$ — начальные значения спектральных плотностей, T_x и T_{xy} — постоянные времени.

Спектральная плотность входного сигнала факторизуется (т. е. раскладывается на произведение комплексно сопряженных выражений)

$$S_x(\omega) = |\Psi(j\omega)|^2 = \Psi(j\omega) \cdot \Psi(-j\omega), \quad (3.11)$$

где $\Psi(j\omega)$ — функция, содержащая все нули и полюсы в левой комплексной полуплоскости (т. е. соответствующая физически ре-

ализуемой частотной передаточной функции), $\Psi(-j\omega)$ — функция, содержащая все нули и полюсы в правой комплексной полуплоскости (т. е. соответствующая физически нереализуемой частотной передаточной функции).

Физически реализуемая частотная передаточная функция объекта находится из выражения

$$W(j\omega) = \frac{1}{\Psi(j\omega)} \cdot \left[\frac{S_{xy}(j\omega)}{\Psi(-j\omega)} \right]_+ \quad (3.12)$$

Нижний индекс «плюс» у выражения в скобках означает, что все его полюсы расположены в левой комплексной полуплоскости. Для его определения отношение $S_{xy}(j\omega)$ к $\Psi(-j\omega)$ представляется в виде суммы простых дробей, из которой исключаются слагаемые с полюсами в правой комплексной полуплоскости.

Пример. Синтез оптимального фильтра Винера.

Факторизация спектральной плотности входного сигнала, рассчитанной по формуле (3.10):

$$S_x(\omega) = \Psi(j\omega) \cdot \Psi(-j\omega),$$

$$\Psi(j\omega) = \frac{\sqrt{S_x(0)}}{1 + T_x \cdot (j\omega)},$$

$$\Psi(-j\omega) = \frac{\sqrt{S_x(0)}}{1 - T_x \cdot (j\omega)}.$$

Определение физически реализуемой части передаточной функции:

$$\frac{S_{xy}(j\omega)}{\Psi(-j\omega)} = \frac{S_{xy}(0)}{\sqrt{S_x(0)}} \cdot \frac{1 - T_x \cdot (j\omega)}{1 + T_{xy}^2 \cdot \omega^2},$$

$$\frac{1 - T_x \cdot (j\omega)}{1 + T_{xy}^2 \cdot \omega^2} = \frac{1}{2 \cdot T_{xy}} \cdot \left[\frac{T_x + T_{xy}}{1 + T_{xy} \cdot (j\omega)} - \frac{T_x - T_{xy}}{1 - T_{xy} \cdot (j\omega)} \right],$$

$$\left[\frac{S_{xy}(j\omega)}{\Psi(-j\omega)} \right]_+ = \frac{S_{xy}(0)}{\sqrt{S_x(0)}} \cdot \frac{T_x + T_{xy}}{2 \cdot T_{xy}} \cdot \frac{1}{1 + T_{xy} \cdot (j\omega)}.$$

Определение частотной передаточной функции объекта:

$$W(j\omega) = \frac{1}{\Psi(j\omega)} \cdot \left[\frac{S_{xy}(j\omega)}{\Psi(-j\omega)} \right]_+ = \frac{S_{xy}(0)}{S_x(0)} \cdot \frac{T_x + T_{xy}}{2 \cdot T_{xy}} \cdot \frac{1 + T_x \cdot (j\omega)}{1 + T_{xy} \cdot (j\omega)}$$

Определение передаточной функции объекта:

$$W(s) = k \cdot \frac{1 + T_x \cdot s}{1 + T_{xy} \cdot s},$$
$$k = \frac{S_{xy}(0)}{S_x(0)} \cdot \frac{T_x + T_{xy}}{2 \cdot T_{xy}}.$$

• • •

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под стохастической идентификацией объекта? Когда возникает необходимость использовать для идентификации результаты пассивного эксперимента?
2. Как идентифицируется объект с помощью интегрального уравнения Винера-Хопфа?
3. Как идентифицируется объект с помощью частотного уравнения Винера-Хопфа?
4. Как синтезируется оптимальный фильтр Винера?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Перечень основной литературы:

1. Гаврилов, А. Н. Теория автоматического управления технологическими объектами (линейные системы) : учебное пособие / А. Н. Гаврилов, Ю. П. Барметов, А. А. Хвостов ; под редакцией С. Г. Тихомиров. — Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2016. — 244 с. — ISBN 978-5-00032-176-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL:

<http://www.iprbookshop.ru/50645.html>. — Режим доступа: для авторизованных пользователей

2. Глазырин, Г. В. Теория автоматического регулирования : учебное пособие / Г. В. Глазырин. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 168 с. — ISBN 978-5-7782-2473-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL:

<http://www.iprbookshop.ru/45443.html>. — Режим доступа: для авторизованных пользователей

Перечень дополнительной литературы:

1. Родин, Б. П. Случайные процессы в линейных системах : учебное пособие по курсу теория автоматического управления / Б. П. Родин. — Саратов : Вузовское образование, 2013. — 19 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL:

<http://www.iprbookshop.ru/18388.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Аркашов, Н. С. Теория вероятностей и случайные процессы : учебное пособие / Н. С. Аркашов, А. П. Ковалевский. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет,

2014. — 238 с. — ISBN 978-5-7782-2382-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/45444.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Тарасов, В. Н. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы : учебное пособие / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 283 с. — ISBN 5-7410-0415-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/71890.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Варианты заданий для самостоятельного решения

№	$S_x(\theta)$	T_x	$S_{xy}(\theta)$	T_{xy}
1	0,1	1	0,1	3
2	0,2	2	0,2	4
3	0,3	3	0,3	5
4	0,4	4	0,4	6
5	0,5	1	0,5	7
6	0,5	2	0,6	3
7	0,4	3	0,7	4
8	0,3	4	0,8	5
9	0,2	1	0,9	6
10	0,1	2	0,1	7
11	0,1	3	0,2	3
12	0,2	4	0,3	4
13	0,3	1	0,4	5
14	0,4	2	0,5	6
15	0,5	3	0,6	7
16	0,5	4	0,7	3
17	0,4	1	0,8	4
18	0,3	2	0,9	5
19	0,2	3	0,1	6
20	0,1	4	0,2	7
21	0,1	1	0,3	3
22	0,2	2	0,4	4
23	0,3	3	0,5	5
24	0,4	4	0,6	6
25	0,5	1	0,7	7
26	0,5	2	0,8	3
27	0,4	3	0,9	4
28	0,3	4	0,1	5
29	0,2	1	0,2	6
30	0,1	2	0,3	7