

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Невинномысский технологический институт (филиал) СКФУ

***МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ***

по выполнению практических работ  
по дисциплине «Теоретическая механика»  
для студентов заочной формы обучения  
направления подготовки  
18.03.01 Химическая технология

Невинномысск 2020

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями ФГОС ВО и рабочей программы дисциплины «Теоретическая механика». Указания предназначены для студентов заочной формы обучения направления подготовки 18.03.01 Химическая технология.

Содержат основные разделы изучаемого теоретического материала, перечень вопросов необходимых для проработки, а также список рекомендуемой литературы.

*Составители*

*Г.В. Кукинова, канд. техн. наук, доцент*

*Отв. редактор*

*А.Л. Проскурнин, канд. хим. наук, доцент.*

## Содержание

1 Введение	4
2 Тема 1. Простейшие системы сил	
3 Тема 2. Статика	
3 Тема 3. Кинематика	18
2 Тема 4. Динамика	20

## Введение

Дисциплина «Теоретическая механика» относится к вариативной дисциплине базовой части. Она направлена на формирование профессиональной компетенции обучающихся в процессе выполнения работ, определенных ФГОС ВО.

Методические указания составлены на современном научном уровне и рассчитаны на студентов, обучающихся по направлению 18.03.01 Химическая технология.

Последовательность тем соответствует логической структуре ее прохождения. Предлагаемые методические указания содержат материал, который рекомендуется использовать студентам при подготовке к практическим занятиям.

Для подготовки к практическим занятиям студент должен изучить материал по соответствующей теме, используя основную и дополнительную литературу, а также используя периодические издания СМИ.

**Практические занятия** - один из основных информационных компонентов учебного процесса подготовки будущих специалистов. Они придают материалу, полученному на лекциях, профессиональную направленность, трансформируя теоретические знания в умения и навыки во время практических и лабораторных занятий, активных производственных практик.

Практические работы решают одну из важнейших задач дидактики - связь теории с практикой. При этой форме подготовки специалиста могут быть практически учтены все изменения в программах, отражающие новые достижения в области науки и техники, а также методические рекомендации, построенные на изучении передового педагогического опыта. Практические занятия имеют большое воспитательное значение, способствуют развитию мышления и приобретению профессиональной уверенности у студентов. Практические работы призваны обеспечить реализацию целого комплекса целей и задач:

- развитие и воспитание у студентов навыков высокой культуры труда, навыков выполнения заданий в срок;
- способность к самостоятельному анализу состояния конкретной учебно-научной проблемы, к выполнению практического задания с обсуждением предлагаемых вариантов его решения;
- понимание студентами теоретических основ, на которых базируется данная практическая работа, связи теории с практикой;
- развитие творческого мышления, технических способностей и наблюдательности в ходе реальных технологических процессов;
- умение анализировать и обобщать полученные результаты; делать из них логические выводы и находить им практическое применение;
- формирование интереса к самостоятельному поиску, эксперименту;
- выработка умения четко, точно, лаконично и грамотно формулировать свои мысли, участвовать в научной дискуссии;
- умение руководить познавательной деятельностью учащихся и направлять их интерес к технике, формировать рационализаторский подход к существующим технологиям;
- умение пользоваться учебной, научно-популярной и справочной литературой, графиками, таблицами и соответствующими схемами;
- умение подбирать аудиовизуальные средства обучения и дидактические материалы по конкретным темам программы.

Таким образом, практические занятия таят в себе большие резервы для творческой самостоятельности студентов. И как результат, знания, полученные при выполнении данных лабораторно-практических работ, помогут до минимума сократить срок адаптации молодого специалиста в первоначальный период работы.

## ТЕМА 1. ПРОСТЕЙШИЕ СИСТЕМЫ СИЛ

### Практическое занятие № 2. Момент силы. Пара сил.

**Цель занятия:** приобретение навыков решения задач на определение момента силы относительно точки и пары сил, на равновесие рычага.

#### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

##### ЗАДАЧА № 2.1 (Момент силы относительно точки)

Сила  $F = 420$  Н, приложенная к точке А, лежит в плоскости Оху. Определить момент силы относительно точки О, если координаты

$x_A = 0,2$  м,  $y_A = 0,3$  м и угол  $\alpha = 30^\circ$  (рисунок 2.5).

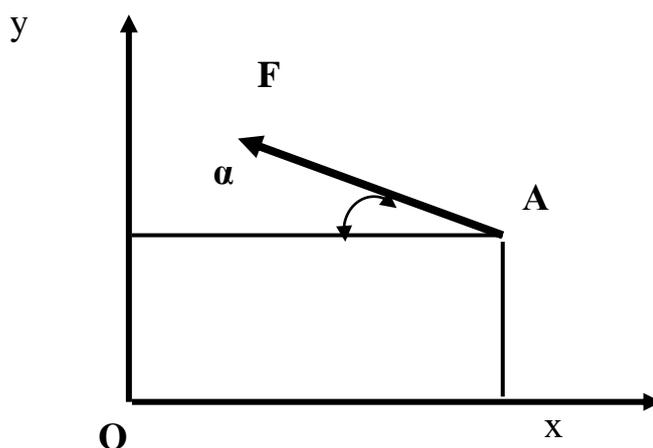


Рисунок 2.5

#### РЕШЕНИЕ

1. Спроектируем силу  $F$  на оси координат, получим  $F_x$  и  $F_y$ . (рисунок 2.6).

$$F_y = F \cdot \sin \alpha = 420 \cdot 0,5 = 210 \text{ Н}$$

$$F_x = F \cdot \cos \alpha = 420 \cdot 0,866 = 363,72 \text{ Н}$$

2. Найдем момент этих сил относительно точки В.

$$\begin{aligned} M_B &= F_x \cdot y_A + F_y \cdot x_A = \\ &= 363,72 \cdot 0,3 + 210 \cdot 0,2 \approx 151 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

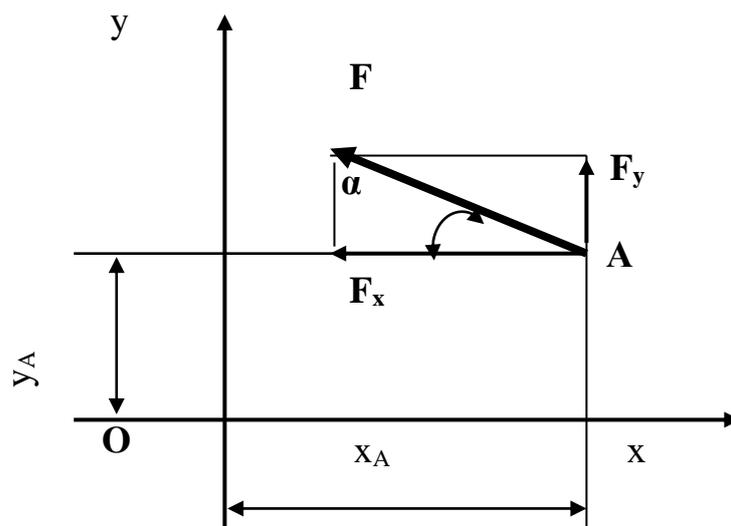


Рисунок 2.6

Ответ:  $M_B = 151 \text{ Н м}$ .

## ТЕМА 1. ПРОСТЕЙШИЕ СИСТЕМЫ СИЛ

### Практическое занятие № 3.

#### Равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил.

**Цель занятия:** приобретение практических навыков решения задач по определению графическим, геометрическим и аналитическим способами неизвестных сил и реакций связей.

#### Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы

**Знать:** законы преобразования систем сил; условия равновесия систем сил на плоскости и в пространстве и условия равновесия тел; трения скольжения и сопротивление качению на равновесие тел.

**Уметь:** определять силы реакций, действующих на тело, и силы взаимодействия между телами системы.

#### Наименование формируемых компетенций

Код	Формулировка
ПК-9	способность анализировать техническую документацию, подбирать оборудование, готовить заявки на приобретение и ремонт оборудования

**Актуальность темы.** Решение задач статики, приведенных в методических указаниях, сводится к определению реакций опор, с помощью которых крепятся балки, жесткие рамы, всевозможные конструкции. Определение модулей и направлений сил реакций связей (опор) имеет первостепенное практическое значение, так как, зная реакции, будем знать и силы давления на связь.

#### Теоретическая часть

Приступая к решению задания, необходимо разобраться в условии задачи и рисунке, а затем:

1. Составить расчетную схему, которая включает:

- объект равновесия,

- активные (заданные) силы,
- силы реакции, заменяющие действия отброшенных связей.
  2. Определить вид полученной системы сил и выбрать, соответствующие ей, уравнения равновесия;
  3. Выяснить, является ли задача статически определимой;
  4. Составить уравнения равновесия и определить из них силы реакции;
  5. Сделать проверку полученных результатов.

При замене связей (опор) силами реакций помнить:

- если связь препятствует перемещению тела только в одном каком-нибудь направлении, то направление ее реакции противоположно этому направлению;
- если же связь препятствует перемещению тела по многим направлениям, то силу реакции такой связи изображают ее составляющими, показывая их параллельно выбранным координатным осям.

Решение уравнений равновесия будет тем проще, чем меньшее число неизвестных будет входить в каждое из них. Поэтому, при составлении уравнений равновесия следует:

1) координатные оси располагать так, чтобы одна из осей была перпендикулярна к линии действия хотя бы одной из неизвестных сил, в этом случае проекция неизвестной силы исключается из соответствующего уравнения равновесия;

2) за центр моментов выбирать точку, в которой пересекаются линии действия наибольшего числа неизвестных сил реакций, тогда моменты этих сил не войдут в уравнение моментов.

Если сила в плоскости имеет две составляющие ее силы, то при вычислении момента силы вокруг некоторой точки  $O$ , полезно применить теорему Вариньона, вычислив сумму моментов составляющих ее сил относительно этой точки.

Если к телу в числе других сил приложена пара сил, то ее действие учитывается только в уравнении моментов сил, куда вносится момент этой пары, с соответствующим, знаком.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ЗАДАЧА № 1.1

В узле нижнего пояса фермы сходятся четыре стержня (рисунок 1.6, а). На узел действует нагрузка от подвесного потолка  $P = 20$  кН. Реакции стержней 1 и 4 равны  $N_1 = 100$  кН и  $N_4 = 70$  кН. Определить реакции стержней 2 и 3, считая их концы закрепленными шарнирно.

### РЕШЕНИЕ

Так как узел фермы находится в равновесии, то многоугольник из трех заданных и двух искомым сил должен быть замкнутым. Примем масштаб сил  $m_p = 2$  кН/мм и, выбрав произвольную точку  $O$ , начнем строить замкнутый многоугольник сил. Сначала отложим все известные силы:  $N_1$

(отрезок  $OA = N_1 / m_p = 100 / 2 = 50$  мм),

$P$  (отрезок  $AB = P / m_p = 20 / 2 = 10$  мм)

$N_4$  (отрезок  $BC = N_4 / m_p = 70 / 2 = 35$  мм) (рисунок 1.6, б).

Из рисунка 1.6, в видно, что стержень 2 сжат, а стержень 3 растянут.

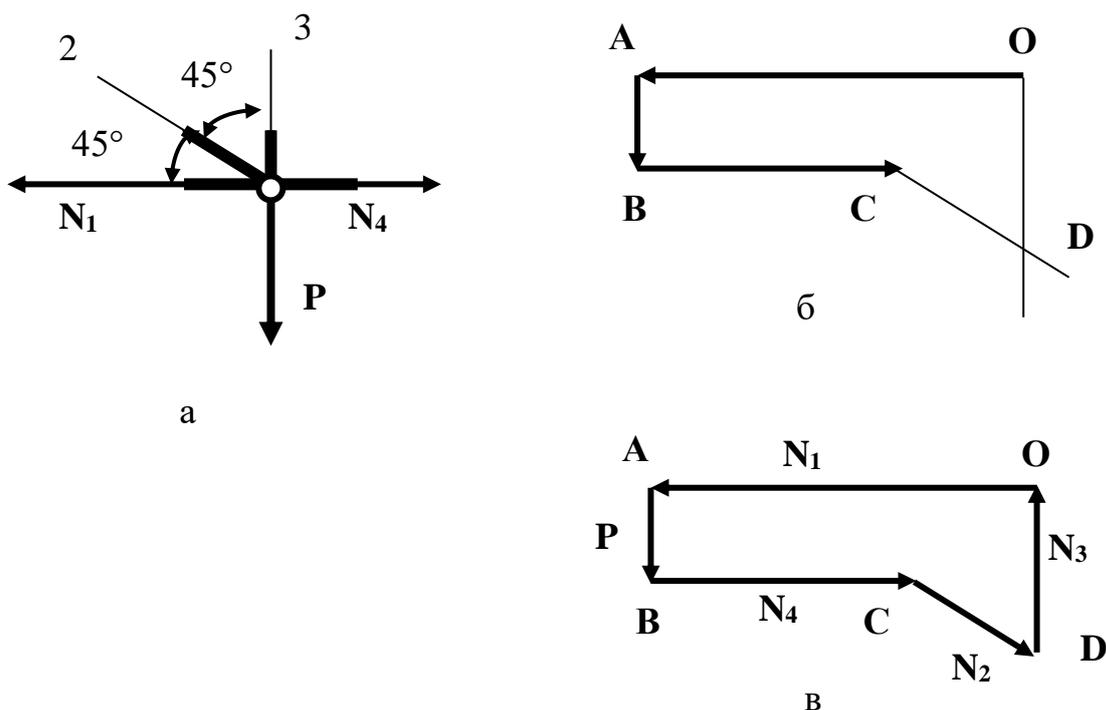


Рисунок 1.6

Силы  $N_2$  и  $N_3$  неизвестны, но известны их направления (силы  $N_2$  и  $N_3$  направлены вдоль стержней 2 и 3). Поэтому, зная, что силовой многоугольник должен быть замкнут, из точки С проводим прямую, параллельную стержню 2, а из точки О прямую, параллельную стержню 3 до точки их пересечения, которую обозначим точкой D (см. рисунок 1.6,б). Расставим направления неизвестных сил  $N_2$  и  $N_3$  так, чтобы получить силовой многоугольник замкнутым (рисунок 1.6, в).

Измерив длины отрезков CD и DO, получим  $CD = 21$  мм,  $DO = 25$  мм и с учетом масштаба построения найдем:

$$N_2 = CD \cdot m_p = 21 \text{ мм} \cdot 2 \text{ кН/мм} = 42 \text{ кН.}$$

$$N_3 = DO \cdot m_p = 25 \text{ мм} \cdot 2 \text{ кН/мм} = 50 \text{ кН.}$$

Ответ:  $N_2 = 42$  кН,  $N_3 = 50$  кН.

### Вопросы и задания:

Базовый уровень

1. Анализ технической документации.
2. Подбор оборудования химических технологий
3. Подготовка заявки на приобретение и ремонт химического оборудования.
4. Материальная точка, абсолютно твердое тело, сила, система сил, равнодействующая системы сил.
5. Основные задачи статики. Аксиомы статики.
6. Распределенные и сосредоточенные силы. Эквивалентная система сил.
7. Условия равновесия системы сходящихся сил.
8. Момент силы относительно центра.
9. Правило знаков для момента силы относительно центра.
10. Условия равновесия произвольной плоской системы сил.

## Повышенный уровень

1. Сложение вращений вокруг пересекающихся и параллельных осей.
2. Метод остановки (Метод Виллиса) для определения угловых скоростей звеньев планетарного редуктора.
3. Теорема Кориолиса. Ускорение Кориолиса.
4. Динамика точки. Законы Ньютона.
5. Дифференциальные уравнения движения точки в декартовых и естественных осях

## Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

### Основная литература:

- 1 Теоретическая механика: учебник / Н. Г. Васько, В. А. Волосухин, А. Н. Кабельков, О. А. Бурцева. - 2-е изд., испр. и доп. - Ростов н/Д: Феникс, 2015. - 302 с.: ил., табл. - (Высшее образование). - Гриф: Рек. НМС МО. - Библиогр.: с. 296. - ISBN 978-5-222-22787-9
- 2 Антонов, В. И. Теоретическая механика (динамика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 140 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электроннобиблиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23748.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### Дополнительная литература:

- 1 Антонов, В. И. Теоретическая механика (статика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 84 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23750.html>. — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
- 2 Антонов, В. И. Теоретическая механика (кинематика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 84 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электроннобиблиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23749.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### Интернет-ресурсы:

- 1 <http://window.edu.ru/> – единое окно доступа к образовательным ресурсам
- 2 <http://biblioclub.ru/> — ЭБС «Университетская библиотека онлайн».
- 3 <http://catalog.ncstu.ru/> — электронный каталог ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО
- 4 <http://www.iprbookshop.ru> — ЭБС.
- 5 <https://openedu.ru> – Открытое образование

## ТЕМА 2. СТАТИКА

### Практическое занятие № 3. Равновесие тела под действием произвольной системы сил

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы

**Знать:** законы преобразования систем сил; условия равновесия систем сил на плоскости и в пространстве и условия равновесия тел; трения скольжения и сопротивление качению на равновесие тел.

**Уметь:** определять силы реакций, действующих на тело, и силы взаимодействия между телами системы.

### Наименование формируемых компетенций

Код	Формулировка
ПК-9	способность анализировать техническую документацию, подбирать оборудование, готовить заявки на приобретение и ремонт оборудования

**Актуальность темы.** Решение задач статики, приведенных в методических указаниях, сводится к определению реакций опор, с помощью которых крепятся балки, жесткие рамы, всевозможные конструкции. Определение модулей и направлений сил реакций связей (опор) имеет первостепенное практическое значение, так как, зная реакции, будем знать и силы давления на связь.

#### Теоретическая часть

Плоская произвольная система сил - система сил, как угодно расположенных, в одной плоскости.

Для равновесия любой системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор этой системы сил и ее главный момент относительно любого центра  $O$  были равны нулю, то есть чтобы выполнялись условия равновесия.

**Цель занятия:** овладение навыками решения практических задач на составление уравнений равновесия произвольной плоской системы сил, определение реакций опор.

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### ЗАДАЧА № 3.1

Однородный брус весом  $P = 50$  кН торцом  $A$  опирается на горизонтальную и вертикальную поверхность. К торцу  $B$  бруса прикреплен трос  $BD$ , перекинутый через блок  $D$ , несущий груз  $Q$ . Дина бруса  $AB = 2$  м. Определить вес груза  $Q$  и давление бруса на вертикальную и горизонтальную поверхности в положении равновесия. Трением пренебречь (рисунок 3.2, а).

### РЕШЕНИЕ

1. Приложим к заданному брусу внешние силы: заданную силу  $P$  ( т.к. брус однородный, то сила  $P$  приложена в центре бруса  $C$  и направлена вертикально вниз), неизвестную по модулю силу  $Q$ , вызывающую натяжение троса  $BD$ , неизвестные реакции вертикальной поверхности  $X_A$  и горизонтальной поверхности  $Y_A$  (рисунок 3.2, б).

2. Выбираем систему отсчета (координат)  $XAY$ , оси направляем по  $X_A; Y_A$ .

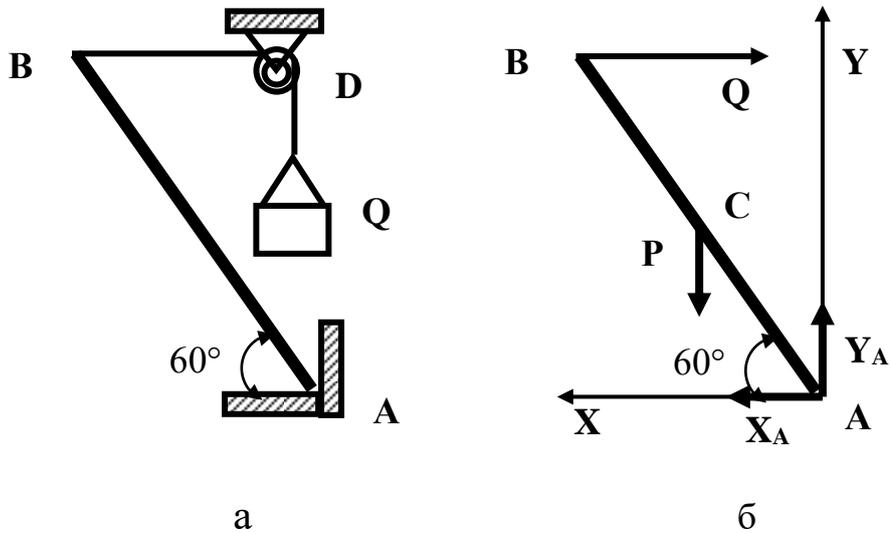


Рисунок 3.2

3. Составим аналитические уравнения условий равновесия, используя основную форму.

Полученная система сил – это произвольная система сил на плоскости, для которой:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_A - Q = 0 \quad (3.1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad Y_A - P = 0 \quad (3.2)$$

$$\sum M_A(F_k) = 0; \quad Q \times AB \sin 60^\circ - P \times \frac{AB}{2} \times \cos 60^\circ = 0 \quad (3.3)$$

Из уравнения (3.3) выражаем

$$Q = \frac{P \cdot AC \times \cos 60^\circ}{AB \sin 60^\circ} = \frac{50 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 14,45 \text{ кН}$$

Из уравнения (3.1)

$$X_A = Q = 14,45 \text{ кН}$$

Из уравнения (3.2)

$$Y_a = P = 50 \text{ кН}$$

**Ответ:**  $X_A = Q = 14,45 \text{ кН}$ ,  $Y_a = P = 50 \text{ кН}$

**Вопросы и задания:**

## Базовый уровень

1. Анализ технической документации.
2. Подбор оборудования химических технологий
3. Подготовка заявки на приобретение и ремонт химического оборудования.
4. Материальная точка, абсолютно твердое тело, сила, система сил, равнодействующая системы сил.
5. Основные задачи статики. Аксиомы статики.
6. Распределенные и сосредоточенные силы. Эквивалентная система сил.
7. Условия равновесия системы сходящихся сил.
8. Момент силы относительно центра.
9. Правило знаков для момента силы относительно центра.
10. Условия равновесия произвольной плоской системы сил.

## Повышенный уровень

1. Сложение вращений вокруг пересекающихся и параллельных осей.
2. Метод остановки (Метод Виллиса) для определения угловых скоростей звеньев планетарного редуктора.
3. Теорема Кориолиса. Ускорение Кориолиса.
4. Динамика точки. Законы Ньютона.
5. Дифференциальные уравнения движения точки в декартовых и естественных осях

## Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

### Основная литература:

- 1 Теоретическая механика: учебник / Н. Г. Васько, В. А. Волосухин, А. Н. Кабельков, О. А. Бурцева. - 2-е изд., испр. и доп. - Ростов н/Д: Феникс, 2015. - 302 с.: ил., табл. - (Высшее образование). - Гриф: Рек. НМС МО. - Библиогр.: с. 296. - ISBN 978-5-222-22787-9
- 2 Антонов, В. И. Теоретическая механика (динамика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 140 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электроннобиблиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23748.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### Дополнительная литература:

- 1 Антонов, В. И. Теоретическая механика (статика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 84 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23750.html>. — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
- 2 Антонов, В. И. Теоретическая механика (кинематика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 84 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электроннобиблиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23749.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### Интернет-ресурсы:

- 1 <http://window.edu.ru/> – единое окно доступа к образовательным ресурсам
- 2 <http://biblioclub.ru/> — ЭБС «Университетская библиотека онлайн».
- 3 <http://catalog.ncstu.ru/> — электронный каталог ассоциации электронных библиотек

учебных заведений и организаций СКФО  
 4 <http://www.iprbookshop.ru> — ЭБС.  
 5 <https://openedu.ru> – Открытое образование

### ТЕМА 3. КИНЕМАТИКА

#### Практическое занятие № 5. Векторный и координатный способы задания движения точки.

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы**

**Знать:** способы задания движения, скорость и ускорение точки в декартовых осях.

**Уметь:** находить скорости и ускорения точек тела в различных видах движений.

#### Наименование формируемых компетенций

Код	Формулировка
ПК-9	способность анализировать техническую документацию, подбирать оборудование, готовить заявки на приобретение и ремонт оборудования

#### Теоретическая часть

**Уравнения движения** точки М в декартовой системе координат являются параметрическими уравнениями траектории, в которых роль параметра играет время  $t$ . Если точка движется в плоскости, то уравнения движения имеют вид:

$$x = x(t), \quad y = y(t) \quad (2.1)$$

Линию траектории можно построить по координатам точки М, вычисленным для нескольких значений времени  $t$ .

Исключая время  $t$  из уравнений (1), можно получить уравнение плоской траектории в явной форме  $y = f(x)$ . Способы исключения  $t$  зависят от условий задачи.

**Скорость.** Продифференцировав по времени уравнения движения (1), находят составляющие скорости по осям координат:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}. \quad (2.2)$$

Модуль и направление вектора скорости определяется выражениями:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (2.3)$$

$$\cos(\bar{v}, \bar{i}) = \frac{v_x}{v}.$$

**Ускорение.** Проекции вектора ускорения точки на координатные оси находятся как первые производные по времени от соответствующих проекций скоростей или как вторые производные по времени от координат движущейся точки, т.е.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \ddot{x}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \ddot{y}. \quad (2.4)$$

Модуль и направление вектора ускорения определяется из соотношений:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}, \quad (2.5) \quad \cos(\bar{a}, \bar{i}) = \frac{a_x}{a}.$$

**Касательное ускорение.** Для определения касательного ускорения  $a_\tau$  необходимо продифференцировать модуль скорости  $v$  по времени:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}. \quad (2.6)$$

Если модуль касательного ускорения при заданном времени имеет положительное значение, то вектор его совпадает по направлению с вектором скорости; в противном случае он направлен в сторону, противоположную вектору скорости.

**Нормальное ускорение**  $a_n$  при координатном способе задания движения можно определить как разность между полным  $a$  и касательным  $a_{\tau}$  ускорениями

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_{\tau}^2}, \quad (2.7)$$

а затем по известной величине нормального ускорения  $a_n$  вычислить радиус кривизны  $\rho$

траектории 
$$\rho = \frac{v^2}{a_n}. \quad (2.8)$$

**Цель занятия:** приобретение навыков решения задач по определению траектории движения материальной точки, ее скорости и ускорения.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**ЗАДАЧА № 5.1** (векторный способ задания движения).

**Дано** уравнение движения точки  $r = t^2 i + 2tj + 3k$

**Определить** модуль скорости точки и модуль ее ускорения в момент времени  $t = 2c$ .

### РЕШЕНИЕ

1. Устанавливаем способ задания движения точки и вид ее движения.

В данном случае это векторный способ задания движения, т.к. движение задается уравнением зависимости от времени  $t$  радиус – вектора  $r$ .

Проекция радиус – вектора на оси координат (декартовы):

$$r_x = t^2, \quad r_y = 2t, \quad r_z = 3$$

2. Определяем модули скорости точки и ее ускорения:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} =$$

модуль скорости точки

$$= \sqrt{(dr_x / dt)^2 + (dr_y / dt)^2 + (dr_z / dt)^2}$$

Отсюда проекции вектора скорости на оси

$$v_x = dr_x / dt = 2t; \quad v_y = dr_y / dt = 2; \quad v_z = dr_z / dt = 0,$$

тогда при  $t = 2c$ : 
$$v = \sqrt{(2 \times 2)^2 + 2^2} = 4,47 \text{ м} \setminus \text{с}$$

Модуль ускорения точки 
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2},$$

где 
$$a_x = d^2 r_x / dt^2 = dv_x / dt = 2 \text{ м} \setminus \text{с}^2$$

$$a_y = d^2 r_y / dt^2 = dv_y / dt = 0$$

$$a_z = d^2 r_z / dt^2 = dv_z / dt = 0$$

При  $t = 2\text{с}$   $a = a_x = 2\text{м} \setminus \text{с}^2$  (т.к. проекция на ось X величина постоянная, независимая от времени)

Ответ:  $v = 4,47\text{м} \setminus \text{с}$ ;  $a = 2\text{м} \setminus \text{с}^2$

### ТЕМА 3. КИНЕМАТИКА Практическое занятие № 6

#### ЕСТЕСТВЕННЫЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ

**Цель занятия:** приобретение практических навыков решения задач по кинематике точки при естественном способе задания движения точки.

#### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

##### ЗАДАЧА № 6.1

Точка движется по траектории согласно уравнению  $s = 0,5t^2 + 4t$ .

Определить, в какой момент времени скорость точки достигнет величины 10м/с.

##### РЕШЕНИЕ

1. Определяем аналитическое выражение скорости через время t.

$$v = dv/dt = s' = (0,5t^2 + 4t)' = 2 \times 0,5t + 4 = t + 4$$

2. Определяем скорость в заданный момент времени

$$v|_{t=10} = 10 = t + 4, \text{ отсюда } t = 6\text{с}$$

Ответ:  $t = 6\text{с}$ .

##### ЗАДАЧА № 6.2

Скорость точки задана уравнением  $v = 0,2t$ .

Определить криволинейную координату S точки в момент времени  $t = 10\text{с}$ , если при  $t_0 = 10\text{с}$  координата  $s_0 = 0$ .

##### РЕШЕНИЕ

1. Определяем характер движения точки по траектории.

Для этого определяем аналитическое выражение ускорения от времени будет ли оно постоянным или переменным

$$a = v' = (0,2t)' = 0,2\text{м} \setminus \text{с}^2$$

-ускорение будет постоянная положительная величина, поэтому движение будет равноускоренным.

2. Закон равноускоренного движения имеет вид  $s = s_0 + at^2 / 2$ .

Отсюда криволинейная координата в момент времени  $t = 10\text{с}$ :

$$s|_{t=10} = 0 + 0,2t^2 / 2 = 0 + 0,2(10)^2 / 2 = 10\text{м}$$

Ответ:  $s = 10\text{м}$ .

## ТЕМА 4. ДИНАМИКА

### Практическое занятие 7. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

**Цель занятия:** приобретение практических навыков решения задач по определению сил действующих на тело (прямая задача) и по определению параметров движения по известным силам (обратная задача).

#### Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы

**Знать:** Основные задачи динамики материальной точки и уравнения движения системы материальных точек. Колебания материальной точки и механической системы. Принцип Даламбера, метод кинетостатики, принцип возможных перемещений, общее уравнение динамики.

**Уметь:** определять динамические реакции опор вращающихся тел. Анализировать кинематические схемы механических элементов агрегатов и комплексов, определять их основные динамические характеристики.

#### Наименование формируемых компетенций

Код	Формулировка
ПК-9	способность анализировать техническую документацию, подбирать оборудование, готовить заявки на приобретение и ремонт оборудования

#### Теоретическая часть

**Динамика** – это раздел теоретической механики, изучающий зависимость между механическим движением тел и действующими на них силами.

Любое механическое движение тела рассматривается в динамике в связи с физическими факторами, определяющими характер этого движения. В этом отличие от кинематики, где движение рассматривается только с геометрической стороны.

Изучение динамики начинается обычно с изучения движения наиболее простого объекта – материальной точки.

**Материальная точка** – материальное тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Поступательно движущееся тело можно рассматривать в динамике как движущуюся материальную точку, имеющую массу, равную массе этого тела.

**Масса** в динамике рассматривается как мера инертности.

**Инертность** – способность тел быстрее или медленнее менять свою скорость.

Совокупность взаимодействующих между собой материальных точек называется **механической системой** (Солнечная система).

Абсолютно твердое тело можно рассматривать как систему материальных точек, расстояние между которыми не изменяется, т.е. как неизменяемую систему.

Динамика решает две задачи:

**Первая задача** динамики – известно движение данной материальной точки или данной системы. Требуется определить силы, действующие на эту точку или эту систему.

**Вторая задача** динамики – обратная первой - известны силы, действующие на данную материальную точку или данную систему. Требуется определить движение этой точки или этой системы.

Эти задачи решаются с помощью закономерностей, установленных в статике и кинематике (способами сложения сил и приведения их систем к простейшему виду). Но для установления связи между движением материальных точек и факторами, определяющими его характер, этого оказалось недостаточно, поэтому в динамике пользуются еще рядом физических понятий – масса, количество движения, работа, энергия и т.д.

## **2. Законы динамики**

### **Первый закон динамики (закон инерции)**

**Тела, свободные от внешних воздействий, сохраняют состояние покоя или равномерного прямолинейного движения относительно Земли, до тех пор пока действующие на него силы не изменяют это состояние.**

Понятия движения и покоя являются относительными из-за того, что, относя одно и то же движение к различным системам отсчета, можно наблюдать совершенно различные движения.

Так, тело, находящееся в покое на плывущем плоту, будет двигаться по отношению к берегам реки уже неравномерно при изменении направления и модуля скорости плота.

Все системы отсчета, для которых выполняется первый закон динамики, называются **инерциальными системами**, а движение, наблюдаемое по отношению к этой системе, называется **абсолютным**.

Пример такой системы – Солнечная система, которая принимается за неподвижную систему. Если поместить начало координат в центре Солнца, а координатные оси направить на любые три «неподвижные» звезды (в отличие от заметно движущихся планет), то получится система координат, называемая **гелиоцентрической**.

Для движений, отнесенных к гелиоцентрической системе координат, закон инерции выполняется с большой степенью точности, поэтому такая система является инерциальной.

### **Второй закон динамики (основной закон динамики)**

**Ускорение, сообщаемое материальной точке приложенной к ней силой, прямо пропорционально модулю этой силы и обратно пропорционально массе тела.**

Этот закон динамики устанавливает количественные связи между действиями тел друг на друга, инертными свойствами тел и возникающими движениями этих тел.

С направлением силы всегда совпадает направление ускорения, а не направление самого движения (направление скорости).

По определению Ньютона, массой тела называется количество вещества, содержащегося в этом теле. Масса тела равна отношению его силы тяжести к ускорению его свободного падения:

$$m = \frac{G}{q} \cdot \quad (1)$$

Так как ускорение свободного падения не зависит от размеров тела, то масса материальной точки определяется по силе тяжести той же зависимостью, что и масса любого тела.

Если на свободную материальную точку, сила тяжести которой равна **G**, подействовала сила **F**, сообщившая ей ускорение **a**, по закону модули ускорений, сообщаемых точке приложенными к ней силами, должны быть пропорциональны модулям этих сил.

$$\frac{F}{G} = \frac{a}{q},$$
$$F = \frac{G}{q} \cdot a,$$

$$F = ma. \quad (2)$$

Значит, **модуль силы, приложенной к материальной точке, равен произведению массы точки на модуль ее ускорения.** Из последнего равенства следует, что чем больше масса данной точки, тем меньше ускорение точки, сообщаемое ей данной силой, т.е. тем медленнее изменяется скорость точки под действием приложенной к ней силы, тем меньше отклоняется ее движение от инерциального. Значит, различные точки обладают различной инертностью, мерой которой является масса. Масса тела полностью характеризует его инерцию только в том случае, когда тело совершает поступательное движение, т.е. когда ускорения всех точек тела одинаковы. За единицу массы принят 1кг, сила же выражается в Н.  $1Н = 1кг \cdot 1м/с^2 = 1кг \cdot м/с^2$ . Итак, Ньютон – это сила, сообщаемая массе в 1 кг ускорение  $1 м/с^2$ .

**Вектор силы, приложенной к материальной точке, равен произведению массы точки на вектор ее ускорения:**

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}.$$

Это уравнение является полной математической формулировкой основного закона динамики и называется **основным уравнением динамики точки.**

Под ускорением точки, входящим в основное уравнение динамики, понимают абсолютное ускорение точки, т.е. ее ускорение относительно системы отсчета, принимаемой за инерциальную.

### Третий закон динамики

(закон равенства действия и противодействия)

**Силы, с которыми действуют друг на друга две материальные точки, всегда равны по модулю и направлены по одной прямой (соединяющей данные точки) в противоположные стороны.**

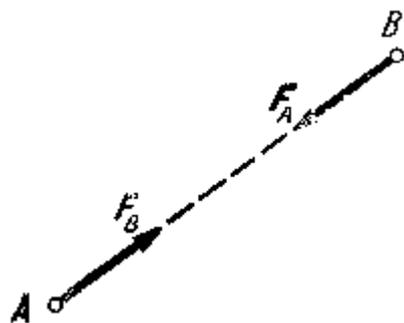


Рис. 1

Если материальная точка А действует на материальную точку В с силой  $F_A$ , то точка В действует на точку А с силой  $F_B = - F_A$  (рис. 1). Пусть масса точки А равна  $m_1$  и ускорение, сообщаемое ей силой  $F_B$ , равно  $a_1$ , масса точки В равна  $m_2$  и ускорение, сообщаемое ей силой  $F_A$ , равно  $a_2$ . По основному уравнению динамики

$$F_B = m_1 \cdot a_1$$

$$F_A = m_2 \cdot a_2.$$

Согласно же третьему закону динамики

$$F_A = F_B \text{ или } F_A = - F_B$$

$$m_1 a_1 = m_2 a_2$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}. \quad (2)$$

Модули ускорений, сообщаемых друг другу двумя материальными точками, обратно пропорциональны массам этих точек. Направлены они по одной прямой, но в противоположных направлениях. Эти силы не уравновешивают друг друга, т.к. приложены к разным точкам (или телам).

### Четвертый закон динамики

(закон независимости действия сил)

**Ускорение, получаемое материальной точкой при одновременном действии на нее нескольких сил, равно геометрической сумме тех ускорений, которые получила бы эта точка под действием каждой из данных сил в отдельности.**

Пусть на точку, масса которой равна  $m$ , одновременно действуют силы  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ , сообщая ей при этом ускорение  $a$  (рис. 9.2).

Ускорения, которые получила бы эта точка при раздельном действии на нее каждой из данных сил, обозначим через  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ . Согласно данному закону, установленному на основании многочисленных опытов Галилеем, будем иметь:

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \quad (3)$$

Если мы умножим обе части данного равенства на скалярный множитель  $m$  (на массу точки), то получим:

$$ma = ma_1 + ma_2 + ma_3 + \dots + ma_n.$$

Согласно основному уравнению динамики

$$ma_1 = F_1, \quad ma_2 = F_2, \quad ma_3 = F_3, \quad \dots \quad ma_n = F_n.$$

Отсюда получаем

$$ma = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n. \quad (4)$$

Обозначив через  $F$  равнодействующую системы сил, приложенных к данной точке, равную их геометрической сумме, будем иметь

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = \Sigma F_k = R, \quad (5)$$

$$\text{тогда } ma = R = \Sigma F_k. \quad (9.6).$$

Последнее равенство внешне ничем не отличается от основного уравнения динамики. Следовательно, **основное уравнение динамики остается в силе и в том случае, когда на точку одновременно действует несколько сил. Под приложенной к точке силой  $F$  нужно понимать в этом случае равнодействующую всех сил, действующих на точку.**

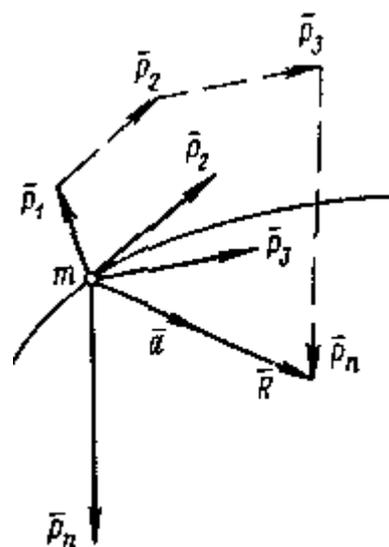


Рис. 2

### 3. Основное уравнение динамики движения точки в декартовых координатах

Из кинематики известно, что движение точки в **прямоугольных декартовых координатах** задается уравнениями:

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t). \quad (7)$$

Задачи динамики точки состоят в том, чтобы, зная движение точки, т. е. уравнения (9.7), определить действующую на точку силу или, наоборот, зная действующие на точку силы, определить закон ее движения, т. е. уравнения (9.7). Следовательно, для решения задач динамики точки надо иметь уравнения, связывающие координаты  $x, y, z$  этой точки и действующую на нее силу (или силы). Эти уравнения и дает второй закон динамики.

Рассмотрим материальную точку, движущуюся под действием сил  $F_1, F_2, \dots, F_n$  по отношению к инерциальной системе отсчета  $Oxuz$ . Проектируя обе части равенства  $ma = \Sigma F_k$

$$(8)$$

на оси  $x, y, z$  и учитывая, что  $a_x = d^2x/dt^2$  и т. д., получим:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \Sigma F_{kx}, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = \Sigma F_{ky}, \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = \Sigma F_{kz}, \quad (9)$$

или, обозначая вторые производные по времени двумя точками,

$$mx'' = \Sigma F_{kx}, \quad my'' = \Sigma F_{ky}, \quad mz'' = \Sigma F_{kz}. \quad (10)$$

Это и будут искомые уравнения, т. е. **основное уравнение динамики точки в прямоугольных декартовых координатах**. Так как действующие силы могут зависеть от времени  $t$ , от положения точки, т. е. от ее координат  $x, y, z$ , и от скорости, т. е. от  $V_x = X', V_y = Y', V_z = Z'$ , то в общем случае правая часть каждого из уравнений (9.10) может быть функцией всех этих переменных, т. е.  $t, x, y, z, x', y', z'$  одновременно.

#### 9.4. Основное уравнение динамики движения точки

при естественном способе задания

Спроектируем обе части равенства (8) на касательную  $M\tau$ , к траектории точки, главную нормаль  $Mn$ , направленную в сторону вогнутости траектории (рис. 3); на нем  $Oxyz$  - оси, по отношению к которым движется точка). Тогда, учитывая, что  $a_\tau = \frac{dV}{dt}$ ,  $a_n = \frac{V^2}{\rho}$ ,  $a_b = 0$ ,

получим

$$m \frac{dV}{dt} = \sum F_{k\tau}, \quad m \frac{V^2}{\rho} = \sum F_{kn} \quad (9.11)$$

Уравнения (11), где  $v = ds/dt$ , представляют собой **уравнение динамики при криволинейном движении точки**.

### ТЕМА 4. ДИНАМИКА

#### Практическое занятие № 8. МЕТОДЫ КИНЕТОСТАТИКИ

**Цель занятия:** приобретение практических навыков решения задач по применению основных методов кинетостатики в инженерной практике.

#### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

##### ЗАДАЧА № 8.1 (определение сил инерции)

Лебедка поднимает груз  $M$  весом  $2$  кН. Груз  $M$  поднимается равноускоренно с ускорением  $a = 0,5$  м/с<sup>2</sup>. Найти силу инерции груза и точку ее приложения (рисунок 8).

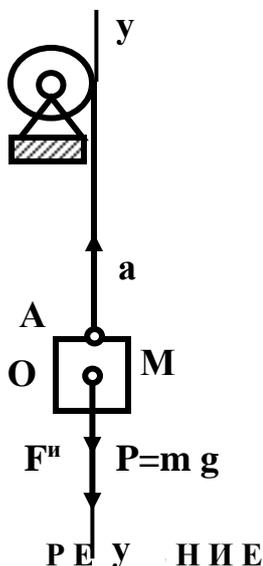


Рисунок 8

1. Рассмотрим груз М как материальную точку (центр тяжести груза) движущуюся равноускоренно, выберем систему отсчета – ось координат Y направим вверх и определим направление вектора ускорения – он будет направлен вертикально вверх.

2. Определяем величину и направление силы инерции материальной точки М движущейся прямолинейно - она будет равна ее проекции на ось Y и направлена в сторону противоположную направлению вектора ускорения  $a$ , т.е. вниз

$$F_M^i = F_{MX}^i = -\frac{P}{g} a = \frac{2000}{9,81} \times 0,5 = 102 \text{ Н.}$$

3. Сила инерции будет приложена к тросу лебедки (точка А), т.к. он является **связью наложенной на груз** (а нам известно, что силы инерции всегда приложены к связям).

**Ответ:**  $F_M^i = 102 \text{ Н.}$

### Вопросы и задания:

#### Базовый уровень

1. Динамика точки. Первая и вторая задача динамики точки.
2. Первый закон динамики.
3. Второй закон динамики точки.
4. Количество движения материальной точки. Импульс силы.
5. Теорема об изменении количества движения точки.
6. Работа силы тяжести. Работа силы упругости. Работа силы трения.
7. Кинетическая энергия тела. Потенциальная энергия тела.
8. Теорема об изменении кинетической энергии тела.
9. Сложное движение точки. Теорема сложения скоростей.

#### Повышенный уровень

1. Закон сохранения количества движения.
2. Дифференциальное уравнение вращательного движения.
3. Работа и мощность силы. Силовое поле.
4. Потенциальная энергия силы тяжести и упруго-линейной силы.

### Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

#### Основная литература:

- 1 Теоретическая механика: учебник / Н. Г. Васько, В. А. Волосухин, А. Н. Кабельков, О. А. Бурцева. - 2-е изд., испр. и доп. - Ростов н/Д: Феникс, 2015. - 302 с.: ил., табл. - (Высшее образование). - Гриф: Рек. НМС МО. - Библиогр.: с. 296. - ISBN 978-5-222-22787-9
- 2 Антонов, В. И. Теоретическая механика (динамика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 140 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электроннобиблиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23748.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### Дополнительная литература:

- 1 Антонов, В. И. Теоретическая механика (статика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 84 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23750.html>. — Режим доступа: для авторизир.

Пользователей

- 2 Антонов, В. И. Теоретическая механика (кинематика): конспект лекций и содержание практических занятий / В. И. Антонов. — М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 84 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электроннобиблиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23749.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

**Интернет-ресурсы:**

- 1 <http://window.edu.ru/> – единое окно доступа к образовательным ресурсам
- 2 <http://biblioclub.ru/> — ЭБС «Университетская библиотека онлайн».
- 3 <http://catalog.ncstu.ru/> — электронный каталог ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО
- 4 <http://www.iprbookshop.ru> — ЭБС.
- 5 <https://openedu.ru> – Открытое образование

